



EJERCICIO DE INTERPOLACIÓN

En base a la siguiente tabla que recoge la descomposición de un medicamento en el organismo a lo largo del tiempo (horas), interpolar la cantidad de medicamento que se ha descompuesto a las 8 horas de ingesta.

Descomposición (mg/L)	0,7	1,3	1,5
Tiempo (horas)	3	5	9

Como tenemos tres condiciones: el polinomio interpolador será de segundo grado

Hay diferentes métodos para resolver el ejercicio, ya que todos nos conducirán a lo mismo:

1. Resolviendo un sistema mediante la propia definición de polinomio interpolador (no es recomendable porque es muy tedioso y largo con varios puntos)
2. Empleando polinomios de base
3. Fórmula de Newton mediante la tabla de diferencias divididas.

1- Mediante el sistema de ecuaciones

$$P(x) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot x^2$$

$$P(3) = a_1 + a_2 \cdot 3 + a_3 \cdot 9 = 0,7$$

$$P(5) = a_1 + a_2 \cdot 5 + a_3 \cdot 25 = 1,3$$

$$P(9) = a_1 + a_2 \cdot 9 + a_3 \cdot 81 = 1,5$$

Resolveríamos el sistema de ecuaciones para obtener los valores de a_1 , a_2 y a_3 . Se puede hacer por Gauss, el cual nos llevaría bastante tiempo

1	3	9	0,7
1	5	25	1,3
1	9	81	1,5

F2=F2-F1

F3=F3-F1

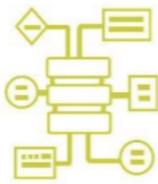
1	3	9	0,7
0	2	16	0,6
0	6	72	0,8

F3=F3-2*F2

1	3	9	0,7
0	2	16	0,6
0	0	24	-0,3

$$24 \cdot a_3 = -0,3$$

De esta forma resolveríamos el sistema, obteniendo los diferentes valores de los coeficientes y creando el polinomio interpolador. Para obtener el valor de la función a las 8 horas solo habría que sustituirlo en el lugar de las x .



2- Polinomio de base

Según LaGrange también se puede obtener el polinomio interpolador mediante la siguiente expresión:

$$P(x) = F1 * L1 + F2 * L2 + F3 * L3$$

Siendo L_i un polinomio de base:

$$L1 = \frac{x-x2}{(x1-x2)} * \frac{x-x3}{(x1-x3)} = \frac{x-5}{-2} * \frac{x-9}{-6} = \frac{x2-14x+45}{12}$$

$$L2 = \frac{x-x1}{x2-x1} * \frac{x-x3}{x2-x3} = \frac{x-3}{2} * \frac{x-9}{-4} = \frac{x2-12x+27}{-8}$$

$$L3 = \frac{x-x1}{x3-x1} * \frac{x-x2}{x3-x2} = \frac{x-3}{6} * \frac{x-5}{4} = \frac{x2-8x+15}{24}$$

$$P(x) = 0,7 * \frac{x2-14x+45}{12} + 1,3 * \frac{x2-12x+27}{-8} + 1,5 * \frac{x2-8x+15}{24}$$

$$P(8) = 0,7 * (-0,25) + 1,3 * (0,625) + 1,5 * (0,625) = \mathbf{1,575}$$

3- Fórmula de Newton mediante diferencias divididas

$$P(x) = f[x1] + f[x1, x2] * (x - x1) + f[x1, x2, x3] * (x - x1) * (x - x2)$$

Para ayudarnos, creamos la tabla de diferencias divididas:

Nota: Para realizar la diferencia dividida se debe restar al termino de la columna y fila anterior a la posición en la que se realiza, el término en la columna anterior pero misma fila.

X1=3	F[x1]=0,7	$F[x1,x2] = \frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1} = \frac{1,3-0,7}{2} = 0,3$	$F[x1,x2,x3] = \frac{F[x2,x3]-F[x1,x2]}{x3-x1} = \frac{0,05-0,3}{6} = -0,0416$
X2=5	F[x2]=1,3	$F[x2,x3] = \frac{f(x3)-f(x2)}{x3-x2} = \frac{1,5-1,3}{4} = 0,05$	
X3=9	F[x3]=1,5		

Por lo tanto, si sustituimos:

$$P(x) = 0,7 + 0,3 * (x-3) + (-0,0416) * (x-3)(x-5)$$

$$P(8) = 0,7 + 0,3 * 5 + (-0,0416) * 3 = \mathbf{1,575}$$