

EJERCICIO: INTERPOLACIÓN DE HERMITE

Sacar el polinomio que satisface estas condiciones mediante la interpolación:

- $f(1) = 0$
- $f'(1) = 7$
- $f''(2) = 10$

Se trata de un ejercicio de interpolación de Hermite por tener derivadas como condiciones

Interpolación de Lagrange	Interpolación de Hermite
$P(x_i) = f(x_i)$ $i=1, \dots, n$	$P^{(k)}(x_i) = f^{(k)}(x_i)$ $i=1, \dots, n$ (k) -> orden de derivación

SOLUCIÓN:

Hay 3 condiciones:

$$\begin{aligned} f(x) &= P(x) \\ f'(x) &= P'(x) \\ f''(x) &= P''(x) \end{aligned}$$



El polinomio interpolador será de grado 2 o menor

Los **polinomios** necesarios para resolver el ejercicio son un polinomio de grado 2, su primera derivada y su segunda.

$$P(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$$

$$P'(x) = a_2 + 2a_3x$$

$$P''(x) = 2a_3$$

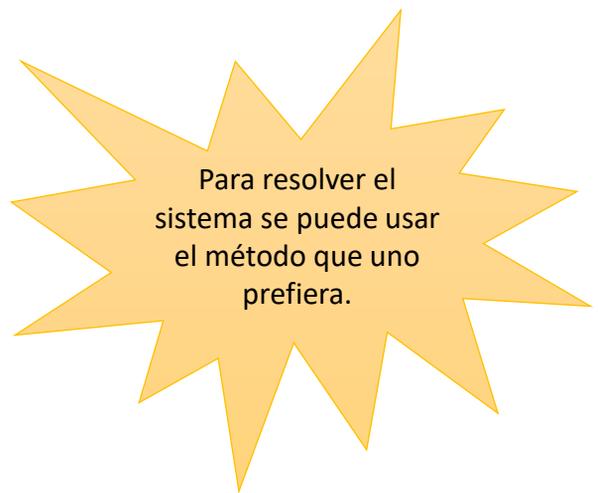
Se sustituyen las condiciones en los polinomios y se obtiene un sistema de 3 incógnitas

$$P(1) = f(1) = a_1 + a_2 + a_3 = 0$$

$$P'(1) = f'(1) = a_2 + 2a_3 = 7$$

$$P''(2) = f''(2) = 2a_3 = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + a_2 + a_3 = 0 \\ a_2 + 2a_3 = 7 \\ 2a_3 = 10 \end{array} \right\}$$



$$2a_3 = 10 \rightarrow a_3 = 10/2 = 5$$

$$a_2 + 2a_3 = 7 \rightarrow a_2 + 2 \cdot 5 = 7 \rightarrow a_2 + 10 = 7 \rightarrow a_2 = 7 - 10 \rightarrow a_2 = -3$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0 \rightarrow a_1 - 3 + 5 = 0 \rightarrow a_1 + 2 = 0 \rightarrow a_1 = -2$$

Soluciones del sistema:

$$a_1 = -2$$

$$a_2 = -3$$

$$a_3 = 5$$



Se sustituyen los valores en el polinomio interpolador:

$$P(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$$

Solución del ejercicio:

$$P(x) = -2 - 3x + 5x^2$$