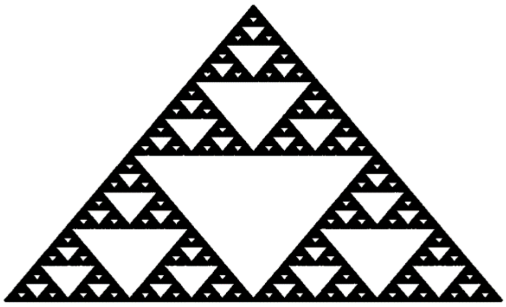
Enunciado

Los fractales son objetos geométricos en los cuales una misma estructura, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas y tamaños, teniendo gran importancia matemática. Un ejemplo de fractal es el triángulo de Sierpinski: partiendo de un triángulo, lo dividimos en cuatro triángulos iguales, y eliminamos el triángulo central, aplicando el mismo procedimiento a los sucesivos triángulos que obtengamos.



Triángulo de Sierpinski

Este objeto puede también conseguirse aplicando el siguiente proceso. Tenemos en el plano tres puntos dispuestos en forma de triángulo equilátero, y un punto Z cualquiera; tiramos un dado y, si obtenemos un 1 o un 2, calculamos la distancia media entre el punto Z y el vértice 1 y dibujamos allí un punto; si el número obtenido fuese el 3 o el 4, haríamos lo mismo para el vértice 2; y, en el caso de que obtuviésemos un 5 o un 6, el nuevo punto se localizaría entre Z y el vértice 3. Una vez hecho esto, repetimos sucesivamente con el último punto obtenido.

Representaremos el triángulo de Sierpinski partiendo de un triángulo equilátero cuyos vértices son (1,1), (1,5) y $(3,\sqrt{12})$, y siendo nuestro punto Z el (1,1). Llegaremos a obtener 100000 puntos.

<u>Nota</u>: Se parte de uno de los vértices para mantener todos los nuevos puntos en el recinto delimitado por el triángulo, pero se puede partir de un punto cualquiera.

Solución

En primer lugar, crearemos los vectores “x” e “y”, donde almacenaremos las coordenadas de los vértices e introduciremos n=100000 , que se corresponde con el número de puntos que obtendremos.

```
x=c(1,5,3)

y=c(1,1,sqrt(12))

n=100000

z_x=c(0)

z_y=c(0)

z_x[1]=1
```

```
z_y[1]=1
for (i in 2:n){
  z_x[i]=0
  z_y[i]=0
}
```

A continuación, crearemos los vectores “z_x” “z_y”, donde se irán introduciendo las coordenadas de los puntos que vayamos calculando. En la primera componente de ambos vectores almacenamos las coordenadas del punto de partida. Por último, iniciamos un bucle que vaya desde 2 hasta n, asignando a todas las posiciones el valor 0.

```
Dado=sample(1:6,n,replace=TRUE)
```

Utilizando el comando “sample”, generamos n valores que se encuentren entre el 1 y el 6, pudiendo repetirse números. Lo llamaremos “Dado”.

```
for (i in 2:n){
  if (Dado[i]>=1 & Dado[i]<=2){
    z_x[i]=(z_x[i-1]+x[1])/2
    z_y[i]=(z_y[i-1]+y[1])/2
  }else if (Dado[i]>=3 & Dado[i]<=4){
    z_x[i]=(z_x[i-1]+x[2])/2
    z_y[i]=(z_y[i-1]+y[2])/2
  }else if (Dado[i]>=5 & Dado[i]<=6){
    z_x[i]=(z_x[i-1]+x[3])/2
    z_y[i]=(z_y[i-1]+y[3])/2
  }
}
```

Iniciamos un bucle que vaya desde 2 hasta n, en el que incluimos las tres condiciones: la primera, cuando el valor de “Dado” en la posición “i” se encuentra entre el 1 y el 2; la segunda, cuando es entre el 3 y el 4; y la tercera, entre el 5 y el 6. En cada una de las condiciones, se calculará el punto medio entre Z y el vértice correspondiente y se almacenarán sus coordenadas en “z_x” y”z_y”. Es importante cerrar todas las condiciones y el bucle del principio.

Finalmente, representamos en un mismo gráfico los vectores “x” e “y” y los vectores “z_x” y “z_y”, usando par(new=”TRUE”). Con “main=”, proporcionamos título a nuestro fractal, y eliminamos los títulos de los ejes en el segundo gráfico para evitar solapamientos; los límites en los ejes están orientados a centrar el triángulo.

```
plot(x,y,col="black",xlim=c(0,6),ylim=c(1,3.5),xlab="X",ylab="Y",main="Triángulo de Sierpinski")
par(new="TRUE")
plot(z_x,z_y,col="black",xlim=c(0,6),ylim=c(1,3.5),xlab="",ylab="")
```