Ejercicios de preparación Diferencias Divididas

¡Hola! Somos el Equipo T5 2020-2021. ¿Has visto ya nuestra explicación sobre las Diferencias Divididas? Si no es así, ¡te recomendamos que lo hagas antes de intentar hacer estos ejercicios! También puedes utilizarlos como apoyo. ¡Suerte!

[Las soluciones se encuentran al final]

1. Realice el organigrama para una matriz A cuyos elementos sean la tabla de las diferencias divididas.

2. Obtener el polinomio de interpolación usando la fórmula de interpolación de Newton en diferencias divididas con los datos de la tabla que aparece a continuación, e interpolar en el punto **x = -1**

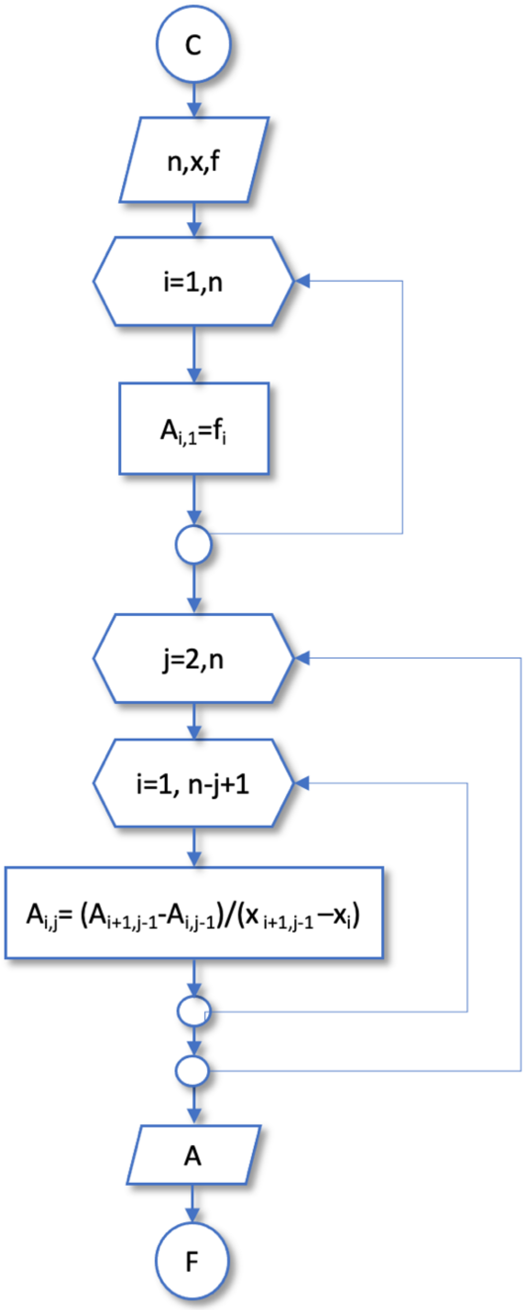
$\mathbf{x_i}$	2	0	-2
$\mathbf{f_i}$	15	-1	-17

3. Obtener el polinomio de interpolación usando la fórmula de interpolación de Newton en diferencias divididas con los datos de la tabla que aparece a continuación, e interpolar en el punto x=5.

$\mathbf{x_i}$	4	-4	7	6	2
$\mathbf{f_i}$	278	-242	1430	908	40

SOLUCIONES

Ejercicio 1:



Fuente: *Imagen propia*

Ejercicio 2:

Sabemos que si tenemos los n+1 puntos (x_i,y_i), i=0… n, y queremos calcular el polinomio que interpola en dichos puntos utilizando la fórmula de Interpolación de Newton en diferencias divididas, hemos de usar:

$p_n(x)= f[x_0] + f[x_0,x_1](x-x_0)+ f[x_0,x_1,x_2](x-x_0)(x-x_1)+\ldots+f[x_0,x_1, \ldots,x_n](x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})$

Calculamos entonces la tabla de diferencias divididas:

x_k	y_k	$f[x_k, x_{k+1}]$	$f[x_k,x_{k+2}]$
2	**15**		
0	-1	**8**	
-2	-17	8	**0**

donde se ha expresado por brevedad la diferencia dividida $f[x_k,x_{k+1},\ldots,x_{k+p}]$ como $f[x_k \mid\mid x_{k+p}]$.La diagonal de la tabla de diferencias divididas, en color rojo, es entonces: [15,8,0], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, los polinomios de Newton son los siguientes:

$p_0(x) = 15$ (interpola en el primer punto)

$p_1(x) = 8(x-2) + p_0(x) = 8x-1$ (interpola en **todos** los puntos)

O también:

$p(x) =$ **15** +**8**$(x-2) = 8x-1$

Si se quiere interpolar en un punto concreto, lo mejor es tomar el polinomio de interpolación en su forma de Newton y reordenarlo
al estilo Ruffini-Horner expresando el polinomio como:

$p(x) =$ **15** $+(x-2)$ (**8**)

lo que supone realizar a lo sumo 2 sumas/restas y 1 multiplicaciones para interpolar en un punto x. Para interpolar entonces en x= −1, basta sustituir la x de la expresión reordenada anterior por su valor −1 para obtener $\mathbf{p(-1) = -9}$.

Fuente ejercicios: http://interpolacion.wikidot.com/new-ejercicios

Ejercicio 3:

Sabemos que si tenemos los n+1 puntos (x_i,y_i), i=0… n, y queremos calcular el polinomio que interpola en dichos puntos utilizando la fórmula de Interpolación de Newton en diferencias divididas, hemos de usar:

$p_n(x)= f[x_0] + f[x_0,x_1](x-x_0)+ f[x_0,x_1,x_2](x-x_0)(x-x_1)+...+f[x_0,x_1, ...,x_n](x-x_0)(x-x_1)...(x-x_{n-1})$

Calculamos entonces la tabla de diferencias divididas:

x_k	y_k	$f[x_k, x_{k+1}]$	$f[x_k,x_{k+2}]$	$f[x_k,x_{k+3}]$	$f[x_k,x_{k+4}]$
4	**278**				
-4	-242	**65**			
7	1430	152	**29**		
6	908	522	37	**4**	
2	40	217	61	4	**0**

donde se ha expresado por brevedad la diferencia dividida $f[x_k,x_{k+1},...,x_{k+p}]$ como $f[x_k \mid\mid x_{k+p}]$.La diagonal de la tabla de diferencias divididas, en color rojo, es entonces: [278,65,29,4,0], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, los polinomios de Newton son los siguientes:

$p_0(x) = 278$ (interpola en el primer punto)

$p_1(x) = 65(x-4) + p_0(x) = 65x + 18$ (interpola en los 2 primeros puntos)

$p_2(x) = 29(x-4) + p_1(x) = 29x^2-446+65x$ (interpola en los 3 primeros puntos)

$p_3(x) = 4(x-4)(x+4)(x-7) + p_2(x) = 2+x+4x^3+x^2$ (interpola en **todos** los puntos)

O también:

$p(x) = \mathbf{278}+\mathbf{65}(x-4)+\mathbf{29}(x-4)(x+4)+ \mathbf{4}(x-4)(x+4)(x-7) = 2+x+4x^3+x^2$

Si se quiere interpolar en un punto concreto, lo mejor es tomar el polinomio de interpolación en su forma de Newton y reordenarlo al estilo Ruffini-Horner expresando el polinomio como:

$p(x) = \mathbf{278} +(x-4) (\mathbf{65}+(x-4)(\mathbf{29}+(x-7)(\mathbf{4})))$

lo que supone realizar a lo sumo 6 sumas/restas y 3 multiplicaciones para interpolar en un punto x. Para interpolar entonces en x= 5, basta sustituir la x de la expresión reordenada anterior por su valor 5 para obtener **p(5) = 532**.

Fuente ejercicios: *http://interpolacion.wikidot.com/new-ejercicios*