SUMATORIOS

Los sumatorios representan sumas de varios sumandos, n, o incluso infinitos sumandos. Se representan con el símbolo ∑. Debajo de este símbolo se pone la variable de control que va a cambiar de valor cada vez que se realiza la operación descrita y se suma, igualada al valor inicial; encima del símbolo se pone el valor final.

Así, los sumatorios se leen como: la suma de los valores del proceso que se describe a continuación del símbolo, teniendo la variable de control en cada sumando un valor que va desde el valor inicial hasta el final.

NOTA: Los sumatorios son una simplificación de largas sumas y por tanto cumplen las mismas propiedades:

Propiedad	**Expresión**
Conmutativa	$\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{n}(y_i + x_i)$
Distributiva	$a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n}(ax_i),$
Asociativa	$\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) + \sum_{i=1}^{n} z_i = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n}(y_i + z_i) = \sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i + z_i)$

Ejemplo:

$$S = \sum_{i=1}^{4} 2_i$$

	S=0
i=1	S=S+2=0+2=2
i=2	S=S+2=2+2=4
i=3	S=S+2=4+2=6
i=4	S=S+2=6+2=8

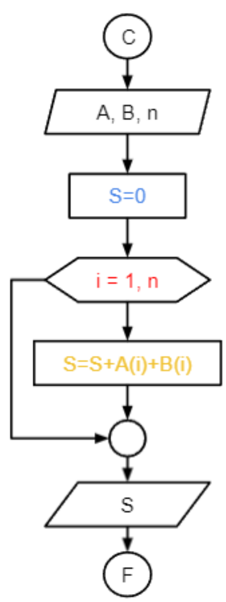
Pasos para hacer los sumatorios

$$S = \sum_{i=1}^{n} A_i + B_i$$

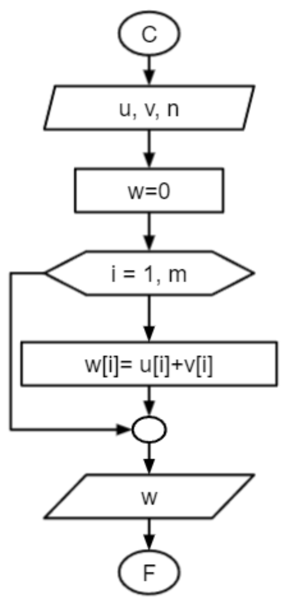
Para realizar un sumatorio de forma más sencilla podemos seguir los siguientes pasos:

1. Identificar los elementos dados que van a ser leídos por el ordenador.
   NOTA: el número de sumandos del sumatorio, n, también va a ser un valor dado.
2. Iniciamos el sumatorio igualándolo a cero. (S=0)
   NOTAS:
   - Los sumatorios se almacenarán en variables normalmente las cuales inicializamos (igualamos) a cero antes de comenzar dicho sumatorio para que así, el primer valor que acumule sea 0, pero a lo largo del algoritmo, a esa variable se le va sumando cada valor debido al bucle generado.
   - Al hacer un **producto escalar** de dos vectores que se va a almacenar en un vector, por ejemplo llamado Pesc (Producto escalar), se va a tener que inicializar a cero porque supone la suma del producto de las componentes (Pesc=0).

     EJEMPLO:
     Vector **V= (**6, -2)
     Vector **W**= (5,3)
     Producto escalar: **V*W**= 6*5**+**(-2)*3
3. Abrimos un bucle teniendo en cuenta los valores que aparecen encima y debajo del símbolo de sumatorio. Estos valores van a determinar el número de veces que se va a repetir el bucle, es decir, las veces que se va a realizar la suma.
4. En el interior del bucle vamos a escribir la operación situada en el sumatorio.

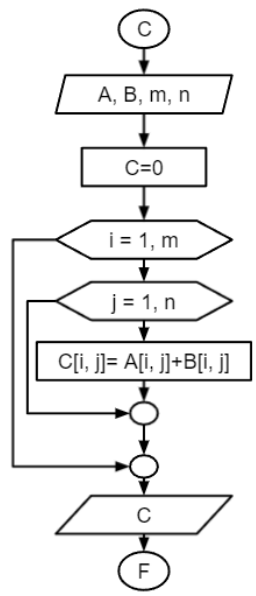


- **<u>Suma de vectores</u>**
  EJEMPLO: dados dos vectores **u** y **v**, de **n** componentes cada uno, obtener un vector w, suma de los vectores u y v, de n componentes.
  1. Identificar los **elementos** dados que van a ser **leídos** por el ordenador: **u, v** y **n**
  2. **Inicializar** el vector w a 0 (w=0)
  3. Abrir un **bucle** en el que un parámetro (por ejemplo, i) tome todos los valores desde 1 hasta **n**, es decir, que tome todos los valores de los distintos componentes. i =1, n
  4. Escribir la **operación del sumatorio**: w[i] = u[i] + v[i]. El vector w va a tener n componentes.
  5. **Cerrar** el **bucle** de **i.**
  6. **Leer** la matriz C.
  7. **Finalizar** el organigrama.



- **<u>Suma de matrices</u>**
  EJEMPLO: dadas dos matrices **A** y **B**, de **m** filas y **n** columnas cada una, obtener una matriz C de m y n componentes (C(**m,n**))
  1. Identificar los **elementos** dados que van a ser **leídos** por el ordenador: **A, B, m** y **n**
  2. **Inicializar** la matriz C a 0 (C=0). ! La matriz C se inicializa a 0 porque es el sumatorio de las matrices A y B.

3. Abrir un **bucle** en el que un parámetro (por ejemplo, i) tome todos los valores desde 1 hasta **m**, es decir, que tome todos los valores de las diferentes filas. i =1, m
4. Abrir un **bucle** en el que un segundo parámetro (por ejemplo, j) tome todos los valores desde 1 hasta **n**, es decir, que tome todos los valores de las diferentes columnas. j= **1, n**
5. Escribir la **operación del sumatorio**: C[i,j] = A[i,j] + B[i,j]. La matriz C va a componerse también de **m** filas y **n** columnas.
6. **Cerrar** los **bucles**, primero el bucle **j** y luego el bucle **i.**
7. **Leer** la matriz C.
8. **Finalizar** el organigrama.



- **<u>Producto escalar de dos vectores:</u>**

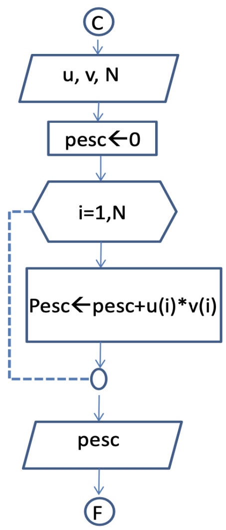
  Se trata de un sumatorio normal.

  EJEMPLO: dados los vectores **u** y **v**, de **n** componentes cada uno, obtener un valor escalar **pesc** (puede ser cualquier nombre), que resulte del producto escalar de ambos vectores, de **n** componentes.

  1. Identificar los **elementos** dados que van a ser **leídos** por el ordenador: **u, v** y **n**
  2. **Inicializar** el escalar pesc a 0 (pesc=0).
  3. Abrir un **bucle** en el que un parámetro (por ejemplo, i) tome todos los valores desde 1 hasta **n**, es decir, que tome todos los valores de los distintos componentes. Esto sirve para que cada componente de los vectores realice la operación, es decir, para que, por ejemplo, el

componente 2 del vector u (u[2]) se multiplique por el del vector v (v[2]) y luego se sume su producto. i =1, n

4. Escribir la **operación del sumatorio**: pesc = pesc + u[i] * v[i].
5. Cerrar el **bucle** de **i**.
6. **Leer** el valor escalar **pesc**.
7. **Finalizar** el organigrama.



PRODUCTORIOS

Los productorios representan una sucesión de multiplicaciones de varios productos, n, o incluso infinitos productos. Se representan con el símbolo ∏.

Ejemplo:

$$P = \prod_{i=1}^{4} 2\,(i)$$

P=1
i=1 P=P*2=1*2=2
i=2 P=P*2=2*2=4
i=3 P=P*2=4*2=8
i=4 P=P*2=8*2=16

<u>Pasos para hacer los productorios</u>

$$P = \prod_{i=1}^{n} A(i)$$

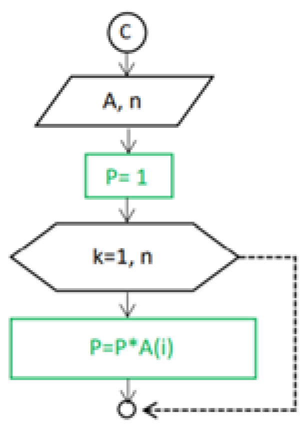
Los productorios son muy similares a los sumatorios con algunas diferencias:

1. Identificar los elementos dados que va a leer el ordenador. El número de factores o coeficientes **n** también va a ser un valor dado.
2. Inicializar el producto en 1 (P=1).
   ! Los productorios se inicializan a 1 de forma que el primer valor que adquiera al comenzar el algoritmo sea 1 y, una vez comenzado el bucle, el valor almacnado en P vaya cambiando. Es necesario que los productorios comiencen con el número 1 y no el 0 (como es el caso de los sumatorios) ya que, si se inicializasen en 0, el resultado de la multiplicación sería el mismo (0) y el valor almacenado en P constante.
3. Creamos un bucle para que el que el parámetro (por ejemplo, i) tome todos los valores que debe. El primer valor que tome será el de debajo del símbolo ∏ en la fórmula, y el último el de encima.

$$P = \prod_{i=1}^{n} A(i)$$

En el caso de la imagen, la i tomará los valores desde 1 hasta n.

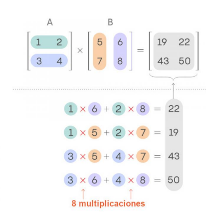
! n ha de ser mayor o igual al valor inicial de i



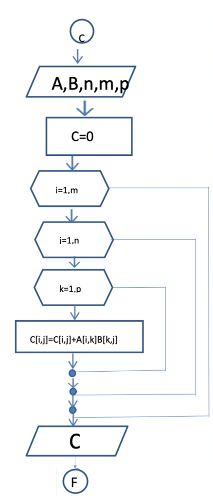
Sumatorios y productorios	
Diferencias	Similitudes
En los sumatorios se da la suma de los elementos mientras que en los	Simplifican largas secuencias por medio de bucles.

productorios los elementos se multiplican.	
Los sumatorios se inicializan en 0 y los productorios en 1	Ambos organigramas comienzan y finalizan con los mismos símbolos.
Los sumatorios son representados con el símbolo ∑ y los productorios con el símbolo ∏.	En la parte inferior del símbolo (ya sea ∑ o ∏) se indica la variable y su valor de inicio. En la superior, el último valor que tomará la variable.
	La variable se va aumentando en una unidad.
	Los símbolos universales son empleados del mismo modo en ambos casos. El tipo de operación que lleven a cabo no altera el significado de los mismos.

- **<u>Producto de dos matrices</u>:**
  Es necesario, al hacer el producto de dos matrices, que el **número de columnas de la primera matriz** sea **igual** al **número de filas de la segunda matriz**, dando lugar a una nueva matriz que va a tener el número de filas de la primera matriz y el número de columnas de la segunda.
  EJEMPLO: El producto de dos matrices A (m,**p**) y B(**p**,n), da lugar a una matriz C de **m** filas y **n** columnas (C(**m**,**n**)).
  1. Identificar los elementos dados que va a leer el ordenador: A, B, m, p, n.
  2. Inicializar la matriz C a **0.** ! A pesar de que se trata de un producto de matrices, en esta operación se produce la suma del producto de las componentes (ver ejemplo en la imagen de la derecha), por lo que **se va a inicializar a 0**.



  3. Abrir un bucle para que el parámetro (por ejemplo, **i**) tome todos los valores desde 1 hasta **m**, es decir, que i tome todos los valores de las filas de la matriz A.
  4. Abrir un bucle para que el parámetro (por ejemplo, **j**) tome todos los valores desde 1 hasta **n**, es decir, que j tome todos los valores de las columnas de la matriz B.
  5. Abrir un bucle para que el parámetro (por ejemplo, **k**) tome todos los valores desde 1 hasta **p**, es decir, que k tome todos los valores de las columnas de la matriz A y de las filas de la matriz B (porque A(m,**p**) y B(**p**,n).



6. Escribir la operación: **C[i,j] = C[i,j] + A[i,k] *B[k,j].** ! La matriz C no tiene k porque k corresponde al número de columnas de A y filas de B, y la matriz C va a tener el número de **filas** de A (m; valores que toma **i**) y el número de **columnas** de B (n; valores que toma j).
7. Cerrar bucles: 1º se cierra el bucle de k, 2º se cierra el bucle de j, 3º se cierra el bucle de i.
8. Leer matriz C
9. Finalizar el cronograma.

Un caso particular al que se debe atender son los **factoriales**. Con ellos se pretende resolver la función factorial de un número. Se representa también con el símbolo ∏.

MUY IMPORTANTE: los factoriales entraron en el primer parcial (octubre) del curso 2021-22, constituyendo un ejercicio de 4 puntos totales del examen.

Ejemplo:

$$\prod_{i=1}^{4} i = 4!$$

	F=1
i=1	F=F*1=1*1=1
i=2	F=F*2=1*2=2
i=3	F=F*3=2*3=6
i=4	F=F*4=6*4=24

Pasos para resolver un factorial:

$$\prod_{i=1}^{n} i = n!$$

1. Identificar el escalar del cual queremos realizar el factorial (habrá que tener en cuenta que los factoriales se realizan con el producto sucesivo de la serie numérica que va desde ese número hasta 1 decrecientemente).
2. Comenzar el algoritmo iniciando a 1 el productorio (comienza en 1 ya que si comenzase en 0 el productorio sería 0).
3. Posteriormente hay que abrir un bucle indicando los valores que debe tomar el factorial, representándolo desde un valor inicial hasta un valor final. Como en

cualquier productorio, se representa el valor inicial debajo del símbolo del productorio y el valor final encima, como se ve en la imagen.