ALGORITMOS BÁSICOS INTERPOLACIÓN

Recopilación de los algoritmos más básicos y útiles para los ejercicios (con vídeos explicativos)

JUSTIFICACIÓN

Como puede llevar mucho tiempo ir buscando cómo realizar operaciones básicas con algoritmos en los distintos ejercicios y apuntes que tiene cada uno en su cuaderno, hemos recopilado los conceptos más básicos y utilizados de algoritmos para poder usar como referencia a la hora de resolver ejercicios más complicados.
Hemos elegido estos algoritmos para documentar las tres formas de interpolación de Lagrange que se dan en la asignatura para el primer parcial. Si se dominan los ejemplos de esta guía, se pueden resolver ejercicios más complicados aplicando los conceptos básicos reflejados en este recurso.

RECOMENDACIÓN DE USO

Destinado a estudiantes que ya hayan entendido los conceptos y que estén haciendo ejercicios para practicar o estudiar para el examen.
Este recurso sirve como referencia rápida a la hora de estudiar, ya que permite ver de un vistazo cómo realizar los algoritmos de las fórmulas de interpolación. También sirve para repasar los conceptos básicos antes del examen de forma rápida y directa, con vídeos que explican todos los casos en caso de que sea necesaria una explicación más detallada.
Los algoritmos están ordenados por orden de dificultad y hemos facilitado enlaces a vídeos que explican cada uno, en caso de que fueran necesarios.

METAINFORMACIÓN

Tema: Algoritmos básicos Interpolación
Fecha: Septiembre-Noviembre
Destinatario: Estudiantes que ya entiendan los conceptos básicos y quieran repasar para el examen o practicar ejercicios más difíciles, estudiantes que quieran ver paso a paso cómo escribir los algoritmos de las fórmulas de interpolación
Tipo de recurso: Resumen/Compilación
Control de Calidad: Revisión por parte los miembros de equipo, corrección de errores, revisión de la corrección

hacer click en el nombre del algoritmo para ser redirigido a él

ÍNDICE

INTERPOLACIÓN Y FÓRMULAS RELACIONADAS

POLINOMIOS DE BASE

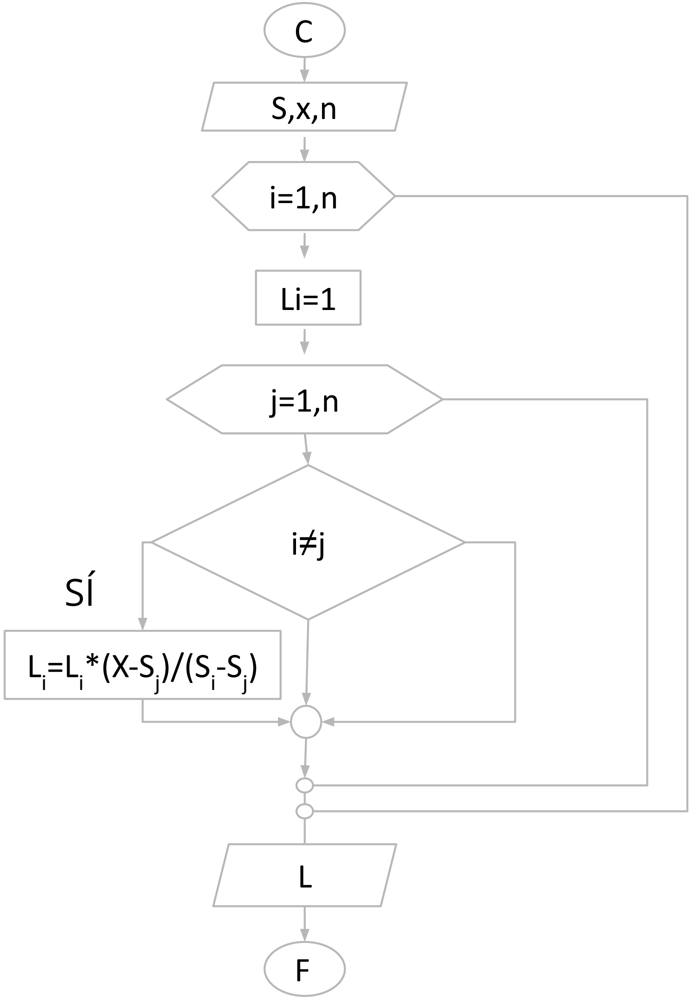
Dados el vector S (puntos de soporte) con ‘n’ puntos y un valor ‘x’ (punto de interpolación), obtener un vector ‘L’ que contenga el valor de cada polinomio de base en el punto x.

Primero se abre el bucle i, y después se inicia L_i a 1 para que funcione el productorio que está dentro del bucle j (la variable que participa en un bucle de un sumatorio o un productorio hay que definirla antes de abrirlo). Esta operación debe ir dentro del bucle de la i para que la ‘i’ esté definida cuando la usemos.

Lo siguiente es abrir el bucle ‘j’ e imponer la condición de que ‘i’ y ‘j’ sean distintos.

Por último, se aplica la fórmula del productorio, que viene dada por la siguiente ecuación:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \; (i = 0, 1, \cdots, n)$$



INTERPOLACIÓN CON POLINOMIOS DE BASE

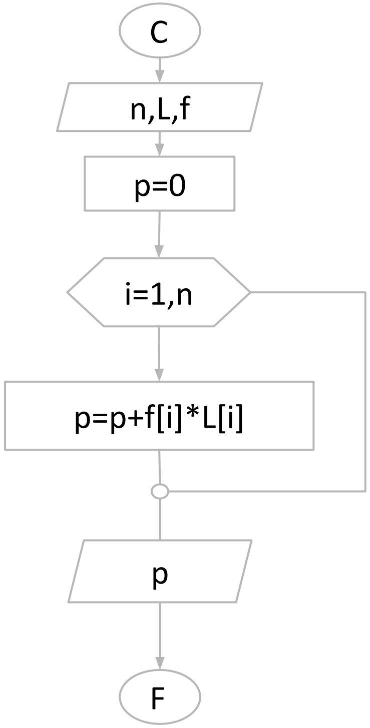
Dados el vector S (puntos de soporte) con ‘n’ puntos y un valor ‘x’ (punto de interpolación), obtener el valor interpolado ‘p’ en el punto x.

La ecuación de interpolación por polinomios de base nos da el valor interpolado:

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i \cdot L_i(x)$$

Primero hay que igualar a 0 ‘p’ para que el sumatorio funcione correctamente. Después, se abre el bucle de ‘i’ para que los vectores ‘L’ y ‘f’ vaya tomando valores desde 1 hasta n, y que se almacene el valor interpolado en ‘p’ tras aplicar la fórmula.

Vídeo explicativo

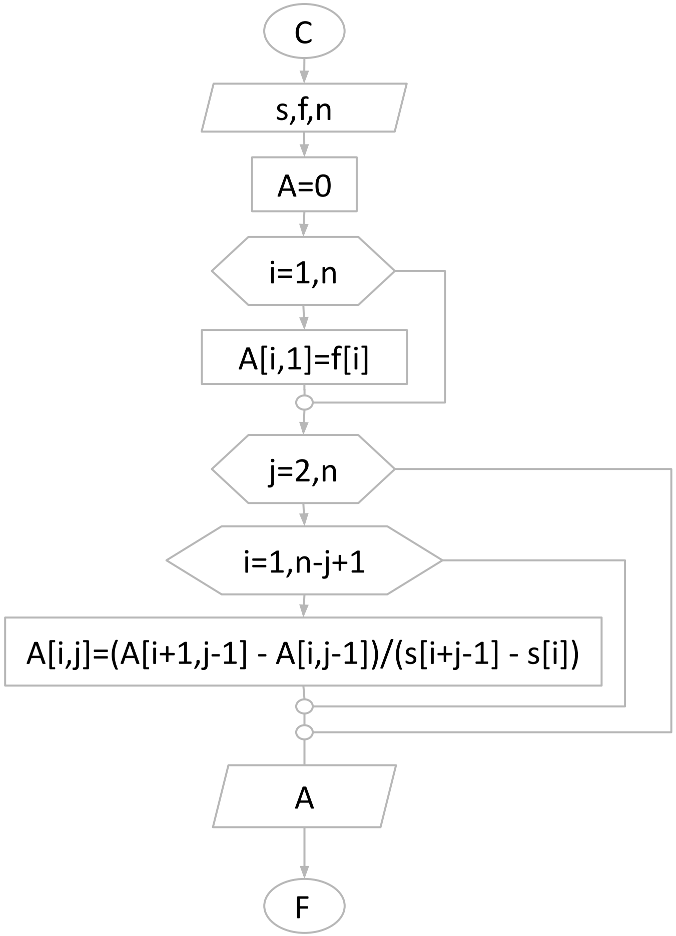


MATRIZ DIFERENCIAS DIVIDIDAS

Dados ‘n’ puntos, realizar un algoritmo que obtenga una matriz que contenga las diferencias divididas de una función ‘f’ con soporte {s1,s2,s3,...,sn}.
La matriz resultante tendrá en la primera columna todos los valores de la función que se encuentran un el vector ‘f’, y en el resto de columnas tendrá una fila menos hasta completar la matriz (triangular superior).

(Se muestra un ejemplo ilustrativo de la matriz de diferencias divididas en la siguiente diapositiva)

[Vídeo explicativo]



x	f(x)	Primera Diferencia	Segunda Diferencia	Tercera Diferencia
x_0	$f(x_0)=b_0$	$f[x_1,x_0]=b_1=\dfrac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$	$f[x_2,x_1,x_0]=b_2=\dfrac{f[x_2,x_1]-f[x_1,x_0]}{x_2-x_0}$	$f[x_3,x_2,x_1,x_0]=b_3$ $b_3=\dfrac{f[x_3,x_2,x_1]-f[x_2,x_1,x_0]}{x_3-x_0}$
x_1	$f(x_1)$	$f[x_2,x_1]=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$	$f[x_3,x_2,x_1]=\dfrac{f[x_3,x_2]-f[x_2,x_1]}{x_3-x_1}$	
x_2	$f(x_2)$	$f[x_3,x_2]=\dfrac{f(x_3)-f(x_2)}{x_3-x_2}$		
x_3	$f(x_3)$			

INTERPOLACIÓN CON FÓRMULA DE NEWTON

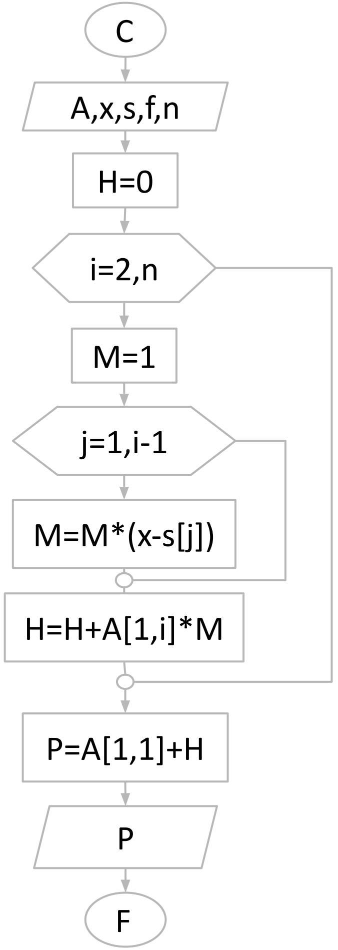
Dada una matriz ‘A’ de n filas y columnas que contienen las diferencias divididas de una función ‘f’ con soporte {s1,s2,s3,...,sn} y un punto ‘x’, realizar un algoritmo para obtener ‘P’(valor interpolado en x).

$$p_n(x) = f[x_0] + \sum_{i=1}^{n} f[x_0, x_1, \cdots, x_i] \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

Si el bucle de la i empezase en 1, no habría que sumar el primer componente de la matriz al valor obtenido en el sumatorio.

Vídeo explicativo

*fórmulas tomadas de los apuntes del profesor

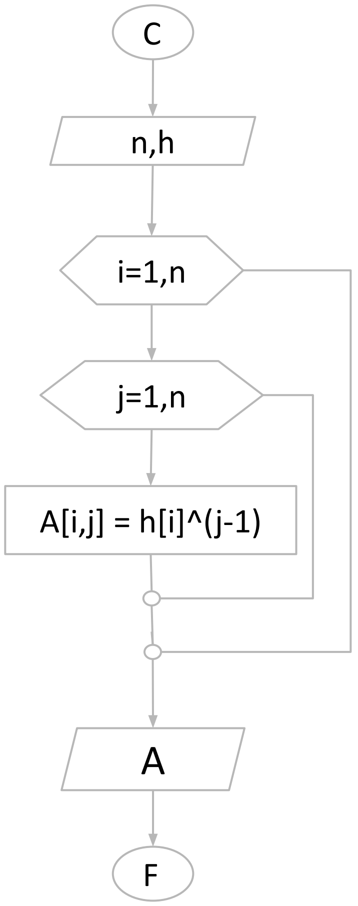


INTERPOLACIÓN APLICANDO LA DEFINICIÓN

Igualando el polinomio interpolador ($q(h) = \alpha_1 + \alpha_2 h + \alpha_3 h^2 + \alpha_4 h^3 + \alpha_5 h_4 \ldots + \alpha_n h^{n-1}$) a un vector ‘b’ se obtiene el sistema de ecuaciones A.x=b donde la matriz ‘A’ contiene los coeficientes del sistema, el vector ‘x’ las incógnitas, es decir, los valores $\{\alpha_n\}^n_{k=1}$ y el vector b contiene los términos independientes. Se pide calcular la matriz A.

Como la matriz A está compuesta por los coeficientes, esto quiere decir, que que está formado por las diferentes “h”, por lo que hay que almacenar en cada posición de la matriz los distintos valores de h.

En el primer parcial del curso 2021-2022 un ejercicio incluía este algoritmo.



[Vídeo explicativo]