

Ejercicios de exámenes de años anteriores donde se aplica el método de la tabla de diferencias divididas.

Curso 2017-2018

Se han obtenido los siguientes datos de la temperatura a la que se evapora una sustancia química en función de la presión a la que se encuentra:

Presión (atm)	1	3	4	5	6
Temperatura (°C)	101	121	152	205	286

Presión (atm) 1 3 4 5 6

Temperatura (°C) 101 121 152 205 286 Se pide:

- Obtener, empleando el método de diferencias divididas, el polinomio interpolador de la función temperatura de evaporación y emplearlo para calcular la temperatura de evaporación cuando la presión es de 3.5 atm.
- Obtener el valor interpolado para una presión de 3.5 atm y para una presión de 5.75 atm empleando para ello una función polinómica constituida por un polinomio de grado 3 en el intervalo [1, 5] y otro de grado 1 en el intervalo [5,6].

Resolución

A)

Hacemos la tabla de diferencias divididas:

x_i	$f(x)$	$f[x_0, x_1]$	$f[x_0, x_1, x_2]$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3]$	$f[x_1, x_2, x_3, x_4]$
1	101	10	7	1	0
3	121	31	11	1	
4	152	53	14		
5	205	81			
6	286				

Aplicando la fórmula de Newton el polinomio sería:

$$p(x) = 101 + 10(x-1) + 7(x-1)(x-3) + 1(x-1)(x-3)(x-4) = x^3 - x^2 + x + 100$$

Calculamos la temperatura en el punto $x=3,5$ sustituyendo en la fórmula del polinomio interpolador:

$$p(3.5) = \mathbf{134.125^\circ C}$$

B)

Para una presión de 3.5 atm empleando una función de grado 3 en el intervalo [1,5] el valor de la temperatura es el mismo que en el apartado A, ya que el polinomio vale lo mismo cogiendo 4 y 5 puntos porque el último valor de la tabla de diferencias es 0.

$$P_3(3.5) = \mathbf{134.125^\circ\text{C}}$$

En cambio, para una presión de 5.75 atm empleando una función polinómica de grado 1 en el intervalo [5,6] la temperatura se calcularía cogiendo la primera diferencia ($f[x_0, x_1]$) que esté en ese intervalo, es decir, el valor 81.

x_i	$f(x)$	$f[x_0, x_1]$	$f[x_0, x_1, x_2]$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3]$	$f[x_1, x_2, x_3, x_4]$
1	101	10	7	1	0
3	121	31	11	1	
4	152	53	14		
5	205	81			
6	286				

El polinomio quedaría de la siguiente forma:

$$P_1(x) = 205 + 81(x - 5); P_1(5.75) = \mathbf{265.75^\circ\text{C}}$$

Curso 2016-2017

Se han medido los siguientes volúmenes de metanol (CH_3OH): 0'25, 0'5, 0'65, 0'75, 0'8 m³ y las siguientes masas en kg: 197'5, 392'5, 514'15, 596'25, 635'2. Se pide:

- Obtener el valor interpolado de la masa de metanol para un volumen de 0'7 m³ y para un volumen de 0'77 m³ empleando para ello una función polinómica a trozos constituida por un polinomio de grado 3 en el intervalo [0'25, 0'75] y otro de grado 1 en el intervalo [0'75, 0'8].
- Estimar la densidad del metanol a partir de los resultados del apartado anterior.

Resolución

A) Hacemos la tabla de diferencias divididas

x_i	$f(x)$	$f[x_0, x_1]$	$f[x_0, x_1, x_2]$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3]$
0'25	197'5	780	77'5	-75
0'5	392'5	811	40	
0'65	514'15	821		
0'75	596'25			

Para obtener el valor de la masa en el punto $x=0,7\text{m}$ debemos escoger la función polinómica de grado 3 ya que se encuentra dentro del intervalo $[0,25, 0,75]$.

Aplicando la fórmula de Newton, el polinomio sería:

$$p_3(x) = 197,5 + 780(x - 0,25) + 77,5(x - 0,25)(x - 0,5) - 75(x - 0,25)(x - 0,5)(x - 0,65)$$

$$p_3(0,7) = 555,14\text{kg}$$

Por otro lado, el punto $x=0,77\text{m}$ se encuentra en el segundo intervalo $[0,75, 0,8]$ por lo que habrá que usar un polinomio de grado 1 pero tendremos que añadir un punto soporte a la tabla para poder calcular la primera diferencia y así construir la expresión del polinomio interpolador. Cogemos el valor $x=0,8$

x_i	$f(x)$	$f[x_0, x_1]$
0,75	596,25	779
0,8	635,2	

Aplicando la fórmula de Newton:

$$p_1(x) = 596,25 + 779(x - 0,75)$$

$$p_1(0,77) = 611,83\text{kg}$$

B)

Calculamos la densidad en ambos casos

$$D = m/v$$

$$d(0,7) = 555,14/0,7 = 793,05 \text{ kg/ m}^3$$

$$d(0,77) = 611,83/0,77 = 794,58 \text{ kg/ m}^3$$

Curso 2016-2017

2. Se ha medido la cantidad de bacterias en un cultivo para n instantes de tiempo. Los tiempos se encuentran almacenados en un vector T (abscisas), mientras que el número de bacterias en cada instante en un vector B (ordenadas). Se desea realizar un ORGANIGRAMA que permita obtener

A) La tabla de diferencias divididas para interpolación de Lagrange.

B) La fórmula de Newton para obtener el valor interpolado en cierto instante t . El resultado se almacenará en la variable p .

Resolución