

Ejercicios interpolación Hermite

Halla un polinomio $f(x)$ que cumpla: $f(1)=0$; $f'(1)=7$; $f''(2)=10$. Halla también su valor en $x=-1$

1. Como tenemos 3 condiciones el polinomio será máximo de grado $3-1=2$:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

2. Las condiciones son el valor en un punto, la derivada y la segunda derivada, por lo que hallaremos el polinomio interpolador a partir de las siguientes ecuaciones

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad ; \quad f'(x) = 2ax + b \quad ; \quad f''(x) = 2a$$

3. Sustituimos los valores que tenemos formando un sistema de ecuaciones y lo resolvemos

$$f(1) = a + b + c = 0; \quad 5 + (-3) + c = 0; \quad c = -2$$

$$f'(1) = 2a + b = 7; \quad 10 + b = 7; \quad b = -3$$

$$f''(2) = 2a = 10; \quad a = 5$$

4. Sustituimos las soluciones en el polinomio interpolador:

$$f(x) = 5x^2 - 3x - 2$$

5. Valor en $x=-1$

$$f(-1) = 5(-1)^2 - 3(-1) - 2 = 6$$

Halla un polinomio $f(x)$ que cumpla: $f(0)=3$; $f'(0)=1$; $f(1)=2$; $f'(1)=-2$. Halla también su valor en $x=3$

1. Como tenemos 4 condiciones el polinomio será máximo de grado $4-1=3$:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

2. Las condiciones son el valor en un punto y la derivada, por lo que hallaremos el polinomio interpolador a partir de las siguientes ecuaciones

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad ; \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

3. Sustituimos los valores que tenemos formando un sistema de ecuaciones y resolvemos el sistema

$$f(0) = d = 3$$

$$f'(0) = c = 1$$

$$f(1) = a + b + c + d = 2; \quad a + b + 3 + 1 = 2; \quad a + b = -2; \quad b = -2 - a; \quad b = -3$$

$$f'(1) = 3a + 2b + c = -2; \quad 3a + 2b + 1 = -2; \quad 3a + 2(-2 - a) = -3; \quad 3a - 4 - 2a = -3; \quad a = 1$$

4. Sustituimos las soluciones en el polinomio interpolador:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 3$$

5. Valor en $x=3$

$$f(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 3 + 3 = 6$$

Metainformación

Tema	Tiempo	Tipo	Destinatario
Algoritmia Interpolación de Hermite	Diciembre, 2021	Ejercicios de repaso	Alumno que ya ha entendido el concepto y quiere ponerlo en práctica