

Ejercicios mínimos cuadrados

Tenemos el conjunto de puntos $\{(-1,0), (0,3), (1,2), (3,1)\}$

Queremos aproximar por mínimos cuadrados esos puntos con la función $g(x)=a+b \operatorname{sen}(x)$

1. Al hacer mínimos cuadrados hay que calcular la distancia de los distintos puntos a la recta que se aproxime más a ellos, al cuadrado. Para ello, hacer el sumatorio de las distintas distancias de 1 al nº total de puntos (en este caso 4)

$$f(a, b) = \sum_{j=1}^{n=4} dj^2 = \sum_{j=1}^4 [y_j - g(s_j)]^2 = \sum_{j=1}^4 [y_j - (a + b * \operatorname{sen}(s_j))]^2$$

2. Hacer las derivadas respecto a 'a' y a 'b'

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial a} = 2 \sum_{j=1}^4 [y_j - (a + b \operatorname{sen}(s_j))]^2 * (-1) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial b} = 2 \sum_{j=1}^4 [y_j - (a + b \operatorname{sen}(s_j))]^2 * (-\operatorname{sen}(s_j)) = 0 \end{array} \right.$$

3. Igualarlo a 0 y resolverlo

$$\sum_{j=1}^4 [y_j - (a + b * \operatorname{sen}(s_j))]^2 = 0$$

$$\sum_{j=1}^4 a + \sum_{j=1}^4 [b * \operatorname{sen}(s_j)] = \sum_{j=1}^4 [y_j * \operatorname{sen}(s_j)]$$

$$a \sum_{j=1}^4 [\operatorname{sen}(s_j)] + b \sum_{j=1}^4 [\operatorname{sen}^2(s_j)] = \sum_{j=1}^4 [y_j * \operatorname{sen}(s_j)]$$

4. Hacer tabla de diferencias divididas

sen(sj)	yj	yj *sen(sj)	sen^2(sj)
sen(-1)	0	0	sen2(-1)
sen(0)	3	0	0
sen(1)	2	2sen(1)	sen2(1)
sen(3)	1	sen(3)	sen2(3)
0,1411	6	1,824	1,436

¡importante en el paso anterior la calculadora en radianes!

$$4a + b*0,1411 = 6 \rightarrow a = (6 - 0,1411b) / 4 \rightarrow a = 1,46$$

$$a*0,1411 + b*1,436 = 1,824 \rightarrow ((6 - 0,1411b) / 4) * 0,1411 + 1,436b = 1,824 \rightarrow (0,8466 - 0,0199b) / 4 = 1,824 - 1,436b \rightarrow 7,296 - 5,744b = 0,8466 - 0,0199b \rightarrow 5,7241b = 6,449 \rightarrow b = 1,1267$$

Sacar a y b y entrarlo en $g(x) = a + b*\text{sen}(x) \rightarrow \rightarrow g(x) = 1,46 + 0,88759*\text{sen}(x)$

Si pidieran la expresión matricial:

MATRIZ DEL SISTEMA:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0,1411 \\ 0,1411 & 1,436 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1,824 \end{pmatrix}$$

Metainformación

Tema	Tiempo	Tipo	Destinatario
Algoritmia Mínimos cuadrados	Diciembre, 2021	Ejercicios de repaso	Alumno que ya ha entendido el concepto y quiere ponerlo en práctica