PRIMER PARCIAL 2014-2015

Ejercicio 1)

Se desea organizar un organigrama para calcular la norma 1 de una matriz A de m filas y n columnas. Dicha norma se obtiene mediante la expresión:

$$\text{Norma} = \max_{1 \le j \le n} \sum_{i=1}^{m} | A_{i,j} |$$

Los pasos a seguir son:

1) Dados la matriz A de m (número de filas) y n (número de columnas)
2) Generar un vector v de componentes:

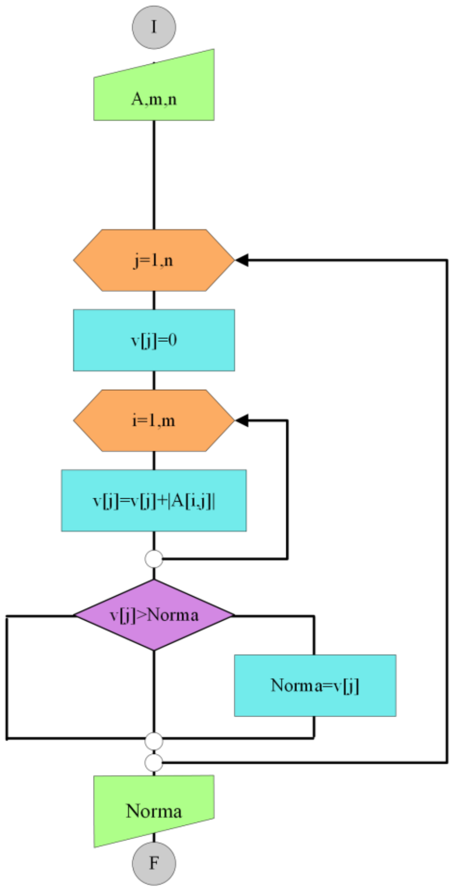
$$v_j = \sum_{i=1}^{m} | A_{i,j} | \quad (j=1,\dots,n),$$

3) Obtén el valor Norma=el mayor de las componentes de v

Para realizar el ejercicio correctamente hay que fijarse en que la primera fórmula que dan es el apartado tres, y que realmente lo que pone es que norma=maxv (el máximo de v)

El primer paso es crear el vector. Aunque normalmente el bucle de i suele ir antes que el de j, hay que tener en cuenta que el vector v depende de j, por eso antes de inicializarlo a 0 es necesario definir j. Después se definirá i, ya que dentro de la fórmula para crear el vector aparece A que depende de i.

Para averiguar el valor máximo, se define el primer valor como “máximo” (de forma temporal), luego con un if se preguntará si otro componente del vector es mayor que lo que hemos establecido como “máximo”. Si no es mayor, no ocurrirá nada, pero si sí lo es, ese nuevo componente será el nuevo “máximo”



Ejercicio 2)

En una planta de generación de biocombustibles se está produciendo propanol. El propanol producido se almacena en 200 depósitos dispuestos en forma de matriz de 50 filas y 4 columnas, de manera que el depósito que está en la fila “i” columna “j” contiene una cantidad de propanol que se denota por Ci,j. Se pide realizar un PSEUDO-CÓDIGO que, a partir de una matriz C de 5**0** filas y 4 columnas, cuyos elementos representan la cantidad de propanol almacenada en cada depósito, permita localizar la mínima cantidad de propanol y en qué fila y columna se encuentra. La cantidad mínima de propanol se almacenará en Cmin y la f**ila y** columna en que se encuentra en las variables imin, jmin, **res**pe**ctiv**amente.

Dado C

Cmin=C[1,1]

imin=1

jmin=1

Para i desde 1 hasta 50

Para j desde 1 hasta 4

si (Cmin>C[i,j])

Cmin=C[i,j]

imin=i

jmin=j

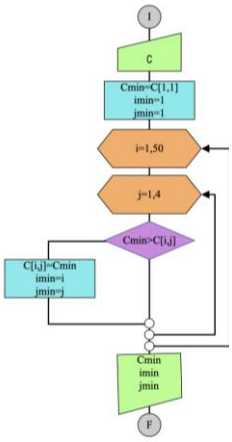
Fin de condición

Fin de bucle en j

Fin bucle en i

Escribir Cmin, imin, jmin

Hacer un pseudo-código es explicar un organigrama con un lenguaje a medias entre el castellano y el lenguaje de programación. El algoritmo sería:



Ejercicio 3)

Se dispone de una matriz cuadrada **A** de dimensiones (m,m) y de un vector columna **B** de dimensiones (m,1). La matriz **A** tiene estructura triangular superior, es decir:

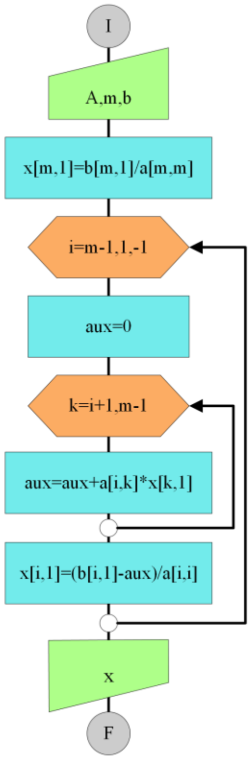
$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,m} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,m} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{m,m} \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} b_{1,1} \\ b_{2,1} \\ b_{3,1} \\ \cdots \\ b_{m,1} \end{pmatrix}$$

Se desea resolver, mediante el proceso denominado remonte, el sistema de ecuaciones A.X=B para lo que se emplearán las fórmulas siguientes:

$$x_{m,1} = \frac{b_{m,1}}{a_{m,m}}, \qquad x_{i,1} = \frac{b_{i,1} - \sum_{k=i+1}^{m} a_{i,k} x_{k,1}}{a_{i,i}} \quad (i = m-1, m-2, \cdots, 1)$$

SE PIDE: realizar un ORGANIGRAMA que describa el proceso a seguir para obtener las componentes del vector solución X **a** partir de las expresiones dadas.

En este caso, en vez de llamar suma al sumatorio, lo hemos llamado aux. Como ya hemos dicho, no importa que nombre se le ponga.



Ejercicio 4)

En la planta de producción de propanol del ejercicio 2 se ha obtenido la siguiente producción total en función del tiempo:

Tiempo (h)	3	5	15	25	35	50
Cantidad (L)	8	12	30	35	40	100

a) Se desea obtener la cantidad producida transcurridas: (a) 4 horas y (b) 40 horas. Para ello, se realizará una interpolación polinómica de Lagrange a trozos formada por un polinomio de grado 3 en el intervalo [3,25] y otro de grado 2 en el intervalo [25,50].

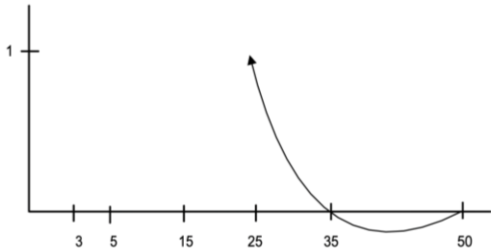
b) Obtener, para la función del apartado A), la función de base asociada al 4o punto del soporte (25 horas) y representarla gráficamente en forma aproximada.

El primer paso para resolver este ejercicio es conocer los tramos en los que interpolaremos:

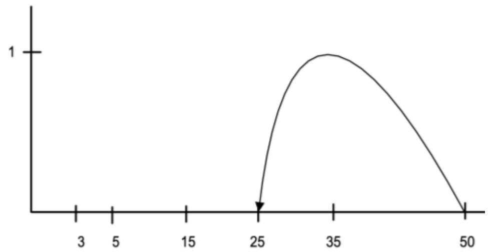
En el intervalo [3,25] piden una función a tramos de 3º grado. Mientras que en el intervalo [25,50] piden una función de 2º orden, es decir, una parábola.

Teniendo esto en cuenta nos centraremos en intervalos para conseguir el polinomio. Empezaremos por el intervalo I2 ya que es más rápido por ser de un orden menor al polinomio del primer intervalo. Para encontrarlo emplearemos las funciones de base

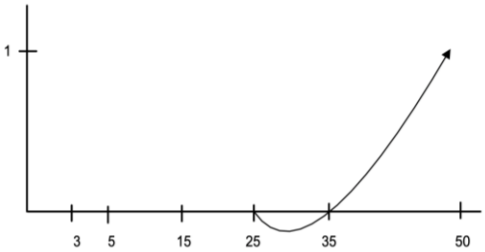
- Como es una recta formada por tres puntos necesitaremos 3 funciones de base si x pertenece al intervalo [25,50] (si no pertenece a dicho intervalo tomará valor 0):
- La primera (L4) corresponderá al punto x=25: L4= ((x-35)(x-50))/((25-35)(25-50))



- La segunda (L5) corresponderá al punto x=35: L5= ((x-25)(x-50))/((35-25)(35-50))



- La tercera (L6) corresponderá al punto x=50: L6= ((x-25)(x-35))/((50-25)(50-35))

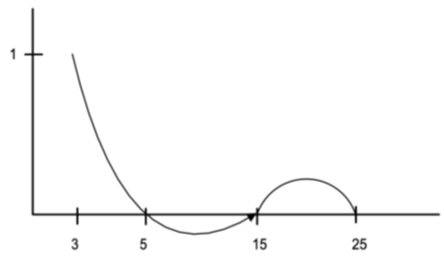


Por tanto la función será:

P(x)=35*L4+40*L5+100*L6

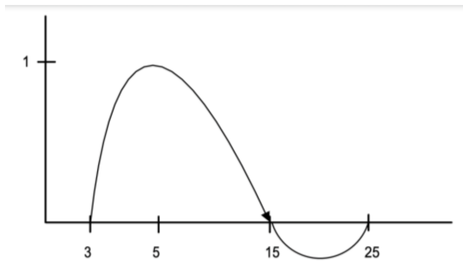
Para el primer intervalo, necesitaremos tantas funciones de base como puntos de soporte, es decir, cuatro funciones de base. En este caso las bases son un poco más complejas y hay que tener en cuenta su representación gráfica para poder hallar la fórmula. Tal y como se explica en la teoría, las funciones de base de un punto tendrán valor 1 en ese punto de la recta y cero en el resto. Por lo que la representación gráfica sería:

Para B1 (función de base para el primer punto de soporte)



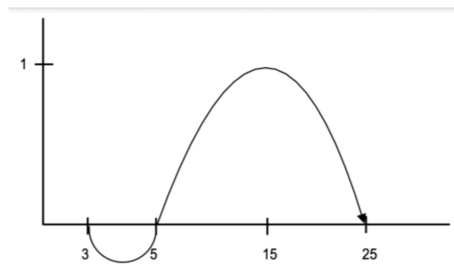
Su función será B1= ((x-5)(x-15)(x-25))/((3-5)(3-15)(3-25)) si x pertenece a [3,25]. Si x no pertenece a [3,25], la función tomará valor 0

Para B2 (función de base para el segundo punto de soporte)



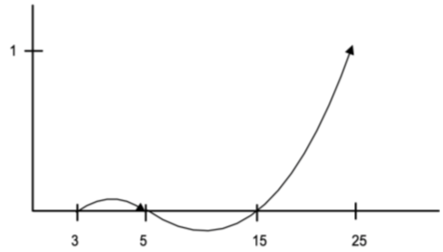
Su función será B2= ((x-3)(x-15)(x-25))/((5-3)(5-15)(5-25)) si x pertenece a [3,25]. Si x no pertenece a [3,25], la función tomará valor 0

Para B3 (función de base para el tercer punto de soporte)



Su función será B3= ((x-3)(x-5)(x-25))/((15-3)(15-5)(15-25)) si x pertenece a [3,25]. Si x no pertenece a [3,25], la función tomará valor 0

Para B4 (función de base para el cuarto punto de soporte)



Su función será B1= ((x-3)(x-5)(x-15))/((25-3)(25-5)(25-15)) si x pertenece a [3,25]. Si x no pertenece a [3,25], la función tomará valor 0

Por lo que la función de interpoladora para este intervalo Q(x):

Q(x)=8*B1+12*B2+30*B3+35*B4

En total la función interpoladora será:

U(x)= Q(x) si x pertenece al intervalo [3,25]

P(x) si x pertenece al intervalo [25,50]

Particularizando para x=4 y x=40. (Sustituir 4 o 40 en las x)

U(4)= 9,9925

U(40)= 53

B) Para la función de base del punto x=25, hay que tener en cuenta que en x=25, la función tomará valor 1, y en el resto 0. Además, hay que fijarse que x=25 pertenece a dos intervalos por lo que la función quedará: