• INTERPOLACIÓN POLINÓMICA DE LAGRANGE

* **SIEMPRE**: $g(x_i) = f_i \quad (i = 1, \dots, n)$ → número de puntos del soporte

o $p(x_i)$ — SOPORTE — se quiere conocer

① MÉTODO 1: ECUACIÓN MATRICIAL (sistema)

→ n = número de puntos del soporte

Grado $g(x) \le n-1$

$$g(x_i) = a_1 + a_2 \cdot x_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i^3 + \dots + a_n \cdot x_i^{n-1}$$

INCÓGNITAS (a_n) — punto soporte (x_i)

• ALGORITMO

$\boxed{\text{DESARROLLAR TODAS LAS FÓRMULAS}}$

sop. $(n \times n)$ → $X \cdot A = B$ ← ptos. función conocidos $(n \times 1)$

incog. $(n \times 1)$

→ $a_n = \dfrac{b_n}{x_{nn}}$ (última incógnita), $a_{n-1} = \dfrac{b_{n-1} - x_{n-1,n} \cdot a_n}{x_{n-1,n-1}}$

$(i = n-1, 1, -1)$

suma $= 0$ ← (meter siempre justo antes del bucle)

$(j = i+1, n, 1)$

suma = suma $+ (x_{i,j} \cdot a_j)$

$$a_i = \frac{b_i - \text{suma}}{x_{i,i}}$$

② MÉTODO 2: POLINOMIOS DE BASE

$p(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot L_i(x)$ → x_i valores conocidos; f_i valores conocidos; $L_i(x)$ Polinomios de base

$\boxed{L_i(x_j) = a_i + b_i x_j + c_i x_j^2 + \dots}$

$L_i(x_i) = 1$

$\boxed{L_i(x_j) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}}$

grado $L_i(x)$ = grado $p(x_i)$

→ Para $n=3$: $p(x) = f_1 \cdot L_1(x) + f_2 \cdot L_2(x) + f_3 \cdot L_3(x)$

$$L_1(x) = a_1 + b_1 x + c_1 x^2 \quad \begin{cases} L_1(x_1) = a_1 + b_1 \cdot x_1 + c_1 \cdot x_1^2 = 1 \quad (i = j) \\ L_1(x_2) = a_1 + b_1 \cdot x_2 + c_1 \cdot x_2^2 = 0 \quad (i \neq j) \\ L_1(x_3) = a_1 + b_1 \cdot x_3 + c_1 \cdot x_3^2 = 0 \quad (i \neq j) \end{cases}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

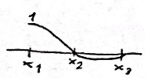
$$L_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

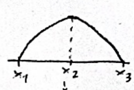
$$\boxed{L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}} \quad j \neq i \to \text{bucle if}$$

$(i = 1, \dots, n)$

$L_1(x)$ →

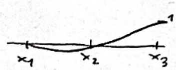


$L_2(x)$ →



si x_2 es punto medio (vértice parábola)

$L_3(x)$ →



③ MÉTODO 3: DIFERENCIAS DIVIDIDAS

I) **ORDEN 0**: $f[x_1] = f_1$

II) **ORDEN 1**: $f[x_1, x_2] = \dfrac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{f_1 - f_2}{x_1 - x_2}$ (pendiente recta)

III) **ORDEN 2**: $f[x_1, x_2, x_3] = \dfrac{f[x_1, x_2] - f[x_2, x_3]}{x_1 - x_3}$

TABLA

SOP.	FUN.			
x_1	f_1	$f[x_1,x_2] = \dfrac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1}$	$f[x_1,x_2,x_3] = \dfrac{f[x_2,x_3] - f[x_1,x_2]}{x_3 - x_1}$	$f[x_1,x_2,x_3,x_4] = \dfrac{f[x_2,x_3,x_4] - f[x_1,x_2,x_3]}{x_4 - x_1}$
x_2	f_2	$f[x_2,x_3] = \dfrac{f_3 - f_2}{x_3 - x_2}$	$f[x_2,x_3,x_4] = \dfrac{f[x_3,x_4] - f[x_2,x_3]}{x_4 - x_2}$	
x_3	f_3	$f[x_3,x_4] = \dfrac{f_4 - f_3}{x_4 - x_3}$		
x_4	f_4			

$A(i,1) = f_i \quad (i = 1, \dots, n)$ → en este caso, $n=4$

$$
\begin{array}{c}
x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4
\end{array}
\begin{pmatrix}
f_1 & f[x_1,x_2] & f[x_1,x_2,x_3] & f[x_1,x_2,x_3,x_4] \\
f_2 & f[x_2,x_3] & f[x_2,x_3,x_4] & 0 \\
f_3 & f[x_3,x_4] & 0 & 0 \\
f_4 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix} = A_i \rightarrow \boxed{A_{i,j} = \frac{A(i+1,j-1) - A(i,j-1)}{x_{i+j-1} - x_i}}
$$

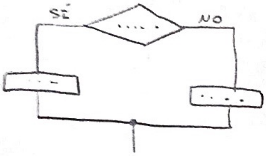
$(j = 2, \dots, n)$ → $n=4$ (en este caso)

$(i = 1, \dots, n-(j-1))$

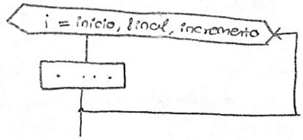
$$\boxed{P(t) = f_1 + \sum_{i=2}^{n} \Big(\underbrace{f[x_1,\dots,x_i]}_{A_{1,i}} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} (t - x_j) \Big)}$$

· ALGORITMIA

→ Bucle condicional (if)



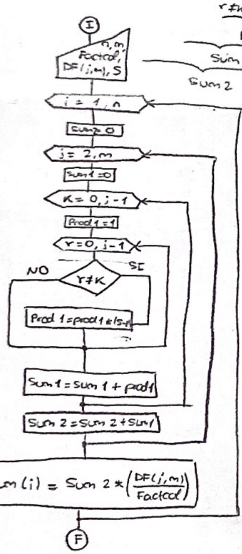
→ Bucle secuencial (for)



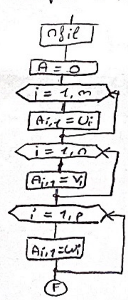
→ Productorio se inicia en prod = 1 → Sumatorio se inicia en suma = 1

→ En bucles anidados se empieza por el que esté más afuera.

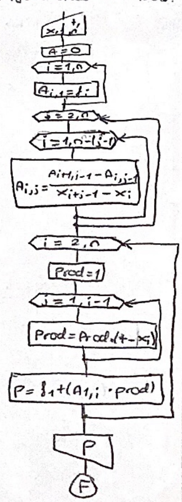
$$\text{Sum}(i) = \underbrace{\sum_{j=2}^{m} \Big(\underbrace{\sum_{K=0}^{j-1} \Big(\underbrace{\prod_{\substack{r=0 \\ r\neq K}}^{j-1} (s-r)}_{\text{prod 1}} \Big)}_{\text{Sum 1}}\Big)}_{\text{Sum 2}} * (DF(j,m) / \text{Factcol})$$



→ Matriz formada por 3 vectores (columnas):



· Algoritmo diferencias divididas:



→ vector, elemento máximo: