EJERCICIOS PARA APARTADO DE FUNCIONES

EJERCICIO 1

a) Se desea realizar un programa de R que define la siguiente serie (serie de Taylor convergente a sen(x)) como una función. Los argumentos de la función deben ser: x, a, n; donde x designa el valor de la función que queremos conocer, a el valor en el que conocemos la función; y n designa el número de términos de la serie.

$$sen(x) = \sum_{i=0}^{\mathbf{n}} ((-1)^i * \frac{(x-a)^{2i+1}}{(2i+1)!}), n \to \infty$$

Nota: Para esta serie sólo se admite los valores de a=2nπ, siendo para otros valores de a, o bien varía el signo, o bien varía la fórmula

b) Define la siguiente función en R que permite calcular el error de la aproximación cometido:

$$|R(N)| \leq |\frac{M}{(n+1)!} * (x-a)^{n+1}|$$

siendo $f^{n+1}(z) \leq M \leq f^{n+1}(a)$ donde $a \leq z \leq x$

Nota: Para esta función asigna M=1

Los argumentos de la función debe de ser iguales que la función del apartado anterior (x,a,n), cuyos significados son el mismo.

c) Utilizando las funciones definidas anteriormente aproxime:
   i. El valor de sen(pi/24) con un polinomio de Taylor de grado 1; y de su cota de error
   ii. Ídem con grado 3
   iii. Aproxime el valor de sen(3,2*pi) con a=2*pi, con los 13 primeros términos de la serie; de su cota de error.
   iv. Calcule el error cometido restando el valor que sale del polinomio de Taylor al valor real de sen(3,5*pi), cuyo valor absoluto sería el error.

d) (PARA VER LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS POLINOMIOS DE TAYLOR)
Vamos a representar los polinomios de Taylor de grado 1, 3 y 5; y la gráfica de seno de x en una misma gráfica para compararlos, siendo que la representación gráfica NO es objetivo de este apartado, vamos a dar el programa a continuación para poder copiar y pegar a R y que nos devuelva las gráficas:

```
xx=seq(-pi,pi,length=10000)
plot(xx,sin(xx),type='l',col='dark blue',ylab='seno x',ylim=c(-1,1))
par(new='TRUE')
plot(xx,sinx(xx,0,0),type='l',col='red',xlab='',ylab='',axes='false')
par(new='TRUE')
plot(xx,sinx(xx,0,1),type='l',col='orange',xlab='',ylab='',axes='false')
par(new='TRUE')
plot(xx,sinx(xx,0,2),type='l',col='green',xlab='',ylab='',axes='false')
legend(x='bottomright',c('seno x','grado 1','grado 3','grado 5'),fill=c('dark
blue','red','orange','green'))
```

EJERCICIO 2

Se desea realizar un programa de R generando un nuevo “comando” llamado Vector_n, que cada vez lo usemos dando un número ‘n’, nos devuelva un vector cuyos componentes serán:

7cos(i*π/180), si 5<n-i

(n+i) ^(n-i), si n-i<= 5. Con i variando entre 1 y n

Define un vector B con el “nuevo comando” que acabamos de crear asignando n=19.

EJERCICIO 3: ESPIRAL DE VOGEL

Se quiere realizar un programa de R para definir la función que defina la espiral de Vogel:

Para ello, primero definimos una función ‘theta’ con un solo argumento ‘n’, que queremos que nos devuelva un vector cuyos componentes son: i*2π(1-1/ϕ), con i variando entre 1 y n. Tras haber definido la función, asignamos n=101, y guardamos el vector que sale de la función en un vector que le llamamos ‘thetan’. Definimos 2 vectores x e y, cuyos componentes son los siguientes:

x[i]=c*sqrt(i)*cos(thetan[i])

y[i]=c*sqrt(i)*sin(thetan[i]) i=1,2,3…n

Nota: El valor de c puede ser cualquier número real que sea diferente de 0.

Una vez definido esos vectores, representamos la espiral de la siguiente forma:

plot(x,y,col='orange',type='l')

Para ver diferentes espirales, lo único que hacemos es ir cambiando el valor de n.

Nota: ϕ es el número áureo, cuyo valor es $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Se recomienda guardar primero su valor en un variable.

EJERCICIO 4: INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Se pide realizar 4 ‘comandos nuevos’ en R, utilizando funciones, que se llamarán: ‘IntegralR’, ’IntegralT’, ‘IntegralS’; y ‘Riemann’; que corresponden, respectivamente, a integración con fórmula del rectángulo; integración con la fórmula del trapecio; integración con la fórmula de Simpson; y integración con la definición de Riemann. Las fórmulas son las siguientes:

Rectángulo: $\int_a^b f(x)dx \approx$f(a)*(b-a)

Trapecio: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{(f(a)+f(b))*(b-a)}{2}$

Simpson simple: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} * [f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)]$

Riemann: $\int_a^b f(x)dx = \sum_a^b f(a+dx)dx$, donde dx$\rightarrow 0$

Nota: No es posible tener un elemento infinitesimal dx para la definición de Riemann, por tanto, tendremos que tomar una aproximación para ello, que puede ser, por ejemplo, dx=0.0001 (si usamos valores más pequeños, es probable que el software tarde tanto que no consigue devolvernos el resultado). **Y considere también los casos en los que b<a.**

Una vez definidas esas funciones, se quiere realizar las siguientes integrales, con las 4 formas para comparar resultados (Recuerde definir las funciones que queremos integral primero):

a) $\int_{2}^{5,9}(2x+9)dx$

b) $\int_{1}^{0.5}\frac{1}{V}dV$

c) $\int_{1}^{100}sen(x)dx$

d) $\int_{0}^{\pi}(artg(\varphi)*\cos(\varphi)+sen(\varphi)*4tg(\varphi)d\varphi$

e) $\int_{5}^{100}e^{-x^2}dx$