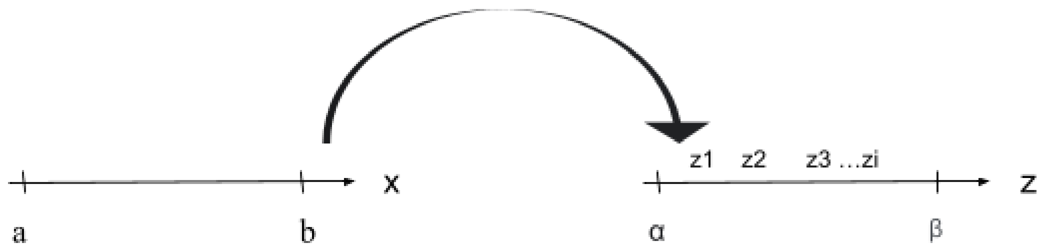
INTEGRACIÓN GAUSSIANA

La integración de Gauss es la forma más precisa de aproximar una integración. Este método es exacto para polinomios de grado menor a 2n+1 si el soporte es de n+1 puntos. Consiste en hacer una transformación lineal que nos permita cambiar los límites de integración.



Por lo tanto, según la transformción a=> α ; b=> β

$$x = m \cdot z + n$$

Para transformar x en z tenemos esta ecuación. Las z van a ser las raíces de polinomios de Lagrange.

$$\begin{cases} a = m\alpha + n \\ b = m\beta + n \end{cases}$$

Para hallar m y n y hallar la transformación anterior podemos hacerlo con este sistema de ecuaciones, que se puede resolver por cualquier método que se quiera.

En nuestro caso, vamos a resolver el sistema con el método de Cramer, un método sencillo en el que calculamos el determinante de la matriz hecha por lo que multiplica a m y a n. Formaremos dos fracciones, abajo pondremos el valor de dicho determinante y arriba pondremos otro determinante. Las columnas de este determinante serán: una de ellas, la que está multiplicando al valor que queremos hallar (m o n) será cambiada por los valores de la izquierda del igual (a y b) y la otra no se modificará.

$$D = \begin{vmatrix} \alpha & 1 \\ \beta & 1 \end{vmatrix} = \alpha - \beta$$

$$m = \frac{\begin{vmatrix} a & 1 \\ b & 1 \end{vmatrix}}{\alpha - \beta} = \frac{a - b}{\alpha - \beta} = \frac{b - a}{B - \alpha} \qquad n = \frac{\begin{vmatrix} \alpha & a \\ \beta & b \end{vmatrix}}{\alpha - \beta} = \frac{\beta \cdot a - b\alpha}{\beta - \alpha}$$

$$x = m \cdot z + n$$

$$\boxed{x = \frac{b-a}{\beta-\alpha} \cdot z + \frac{\beta \cdot a - b\alpha}{\beta-\alpha}}$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f\left(\frac{b-a}{p-\alpha} z + \frac{\beta a - b\alpha}{F-\alpha}\right) \cdot dx$$

$$dx = \left(\frac{b-a}{\beta-\alpha}\right) dz$$

Lo sacamos derivando la ecuación de x=mz+n

$$\int_b^a f(x)\,dx = \underbrace{\left[\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot f\left(\underbrace{\frac{b-a}{\beta-\alpha} \cdot z_i + \frac{\beta a - b \cdot \alpha}{\beta-\alpha}}_{\text{xi}}\right)\right]}_{\int_\alpha^\beta f\left(\frac{b-a}{p-\alpha} z + \frac{\beta a - b\alpha}{F-\alpha}\right)} \underbrace{\left(\frac{b-a}{\beta-\alpha}\right)}_{\text{dx}}$$

$$c_i = w_i \cdot \frac{b-a}{\beta-\alpha}$$

$$\boxed{\int_b^a f(x)\,dx = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot f(x_i)}$$

¡wi te lo dan en los ejercicios, al igual que xi! Lo más laborioso es transformar a y b en alfa y beta.

<u>Pseudocódigo</u>

```
Dados: f, a, b, α,  β, z, w, n

SUMA=0

Para i desde 1 hasta n
  c[i]= ((b-a)/(β-α))*w[i]
  x[i]=((b-a)/(β-α))*z[i]+ ((β*a-α*b)/(β-α))
  SUMA=SUMA+ f(x[i])*c[i]
Fin bucle

Escribir suma
Fin pseudocódigo
```