

INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE

La interpolación consiste en encontrar un valor aproximado de una función en un punto determinado (t) cuando solo conocemos los valores de esta en distintos puntos determinados, pero no conocemos la función en sí.

Vamos a construir un polinomio que se aproxime a la función que desconocemos. Tenemos que $p(x)$ es un polinomio, si tenemos los puntos X_1, X_2, \dots, X_n , $p(x)$ es un polinomio de grado $\leq n-1$. Un polinomio siempre va a seguir la misma fórmula: $p(x) = a + ax + ax^2 + \dots + ax^{(n-1)}$.

En el caso de la interpolación de Lagrange, la fórmula a seguir para construir el polinomio es la siguiente:

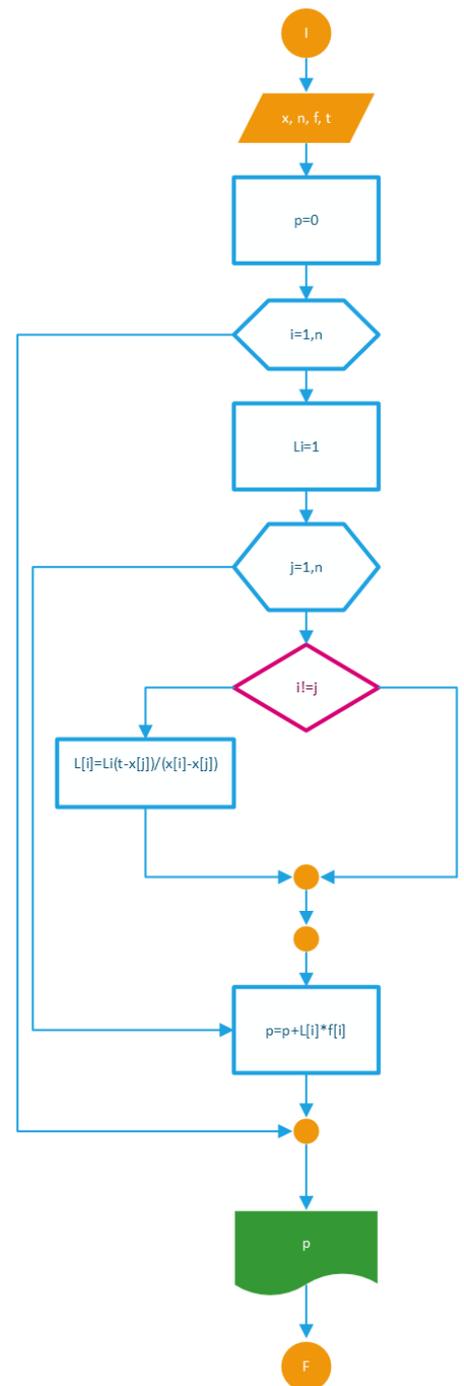
$$p(x) = \sum L_i(x) f_i \quad (i=1, \dots, n)$$

Siendo $L_i(x)$ la función de base la cual sigue la fórmula:

$$L_i(x) = \prod_{j=1, \dots, n, j \neq i} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} \quad (i=1, \dots, n) \quad (j=1, \dots, n) \quad j \neq i$$

Además, se debe cumplir que $L_i=1$ si $j=i$ y $L_i=0$ si $j \neq i$, pero esto no hace falta realizarlo siempre ya que se va a cumplir si seguimos bien la fórmula.

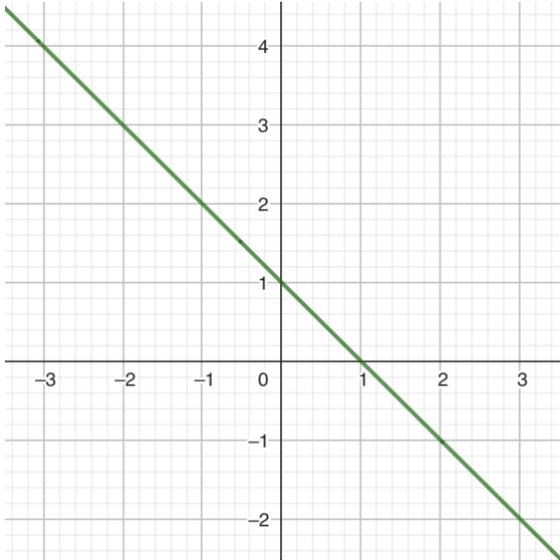
Esto significa que para hacer el polinomio interpolador del punto 1, por ejemplo, no se incluye en el productorio $(x-1)/(1-1)$. P**/ara recordarlo, acuerdate de que en el denominador quedaría 0, y esto no es posible.



Algunos ejemplos de función de base para el punto $x=0$ son:

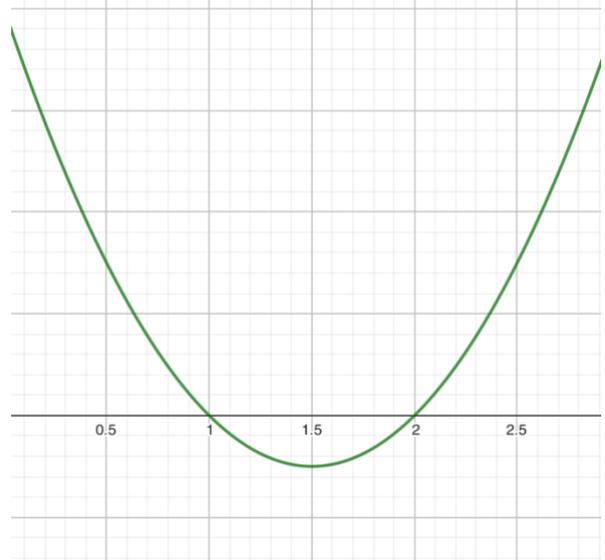
Cuando hay 2 puntos (0,1):

$$f(x) = \frac{x - 1}{0 - 1}$$



Cuando hay 3 puntos (0, 1, 2):

$$f(x) = \frac{x - 1}{0 - 1} \cdot \frac{x - 2}{1 - 2}$$



Cuando hay 4 puntos (0,1, 2, 3):

$$f(x) = \frac{x - 1}{0 - 1} \cdot \frac{x - 2}{1 - 2} \cdot \frac{x - 3}{2 - 3}$$

