

SUMATORIOS Y PRODUCTORIOS

Introducción.

Los sumatorios y productorios son dos de los procesos más básicos de la algoritmia, y aparecen en una gran parte de los ejercicios. Por tanto, entender su funcionamiento es fundamental.

Se calculan empleando bucles secuenciales (bucles for), por lo que se recomienda leer los apuntes sobre este tema.

SUMATORIOS.

Los sumatorios son operaciones que se emplean para representar la suma de muchos o incluso infinitos sumandos. Se representan por el símbolo Σ .

Por ejemplo, si queremos representar el sumatorio de los componentes de un vector de n componentes:

$$S = \sum_{i=1}^n A(i)$$

i representa una variable, que varía desde un número elegido (en este caso 1), hasta otro valor (representado en este caso como n). Esto lo podemos expresar como $i=1, \dots, n$.

Supongamos que tenemos un vector $A(i)$ de 5 componentes ($n=5$), y queremos calcular el sumatorio de dichas componentes, al que llamaremos S .

Para una mejor comprensión, supongamos

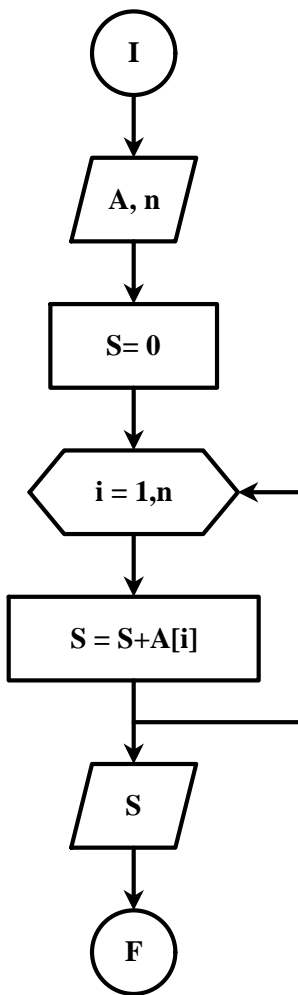
A	3	1	-2	5	0
---	---	---	----	---	---

La operación será la siguiente: $A=3+1+(-2)+5+0 = 7$

Para dibujar el algoritmo, seguiremos los siguientes pasos:

- Ponemos los elementos de entrada: n , A (valores conocidos).
- Identificamos las tres partes del sumatorio. En este caso, la función S , la variable i (que va desde 1 hasta n), y lo que tenemos en el interior del sumatorio (en este caso, el vector A).
- Antes del bucle, escribimos nuestra función, inicializada a 0 ($S=0$).
- Dibujar el bucle for, dentro del cual ponemos la variable. Se expresa como $i=1, n$ (en caso de que la variación sea distinta de 1, es necesario expresarlo de la siguiente manera $i=1, n, 2$).
- Debajo del bucle, añadimos $S=S +$ el contenido de nuestro sumatorio, que en este caso es $A(i)$.
- Cerramos el bucle, y ponemos S como elemento de salida.

Es importante poner S y no $S(i)$, aunque en este ejemplo se ve bien (ya que el valor que obtenemos no es componente de un vector) puede dar lugar a duda en otros ejercicios. Se pone S porque hemos cerrado el bucle, y i no tiene un valor asociado fuera del mismo.



Como se trata de un bucle for, el proceso ocurre de la siguiente manera:

- Se lee el primer valor de i (1), y se busca el valor de $A(1)$. En nuestro ejemplo, es 3.
- Se hace la suma de S (la primera vez vale 0) y $A(1)$, que es 3.
- Vuelve a leer el bucle, esta vez con el valor $i+1$, y busca el valor $A(2) = 1$.
- Vuelve a hacer la suma. Esta vez, $S=3+1=4$

Realiza esta operación hasta llegar a n (que es cinco en nuestro ejemplo).

Por tanto, a pesar de la representación de la suma expresada antes, no se suman todos los valores de manera inmediata, si no que va leyendo cada valor y almacenando en la componente S la suma del valor anterior y del nuevo, así hasta llegar al último valor dado.

PRODUCTORIOS

Si hemos entendido el concepto de sumatorios, los productorios son muy sencillos, ya que siguen prácticamente la misma estructura, con algunas diferencias.

Los productorios son operaciones utilizadas para representar la multiplicación de muchos o infinitos productos. Se representa por el símbolo Π .

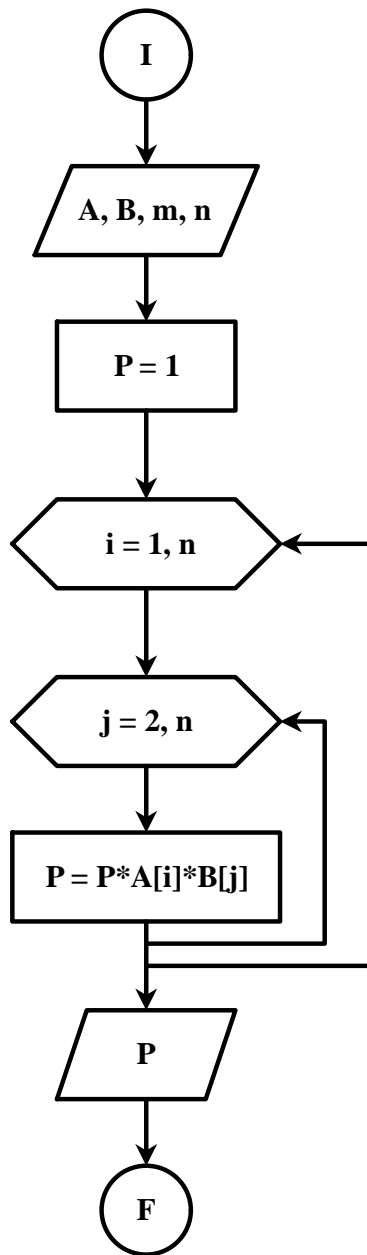
Por ejemplo, si queremos representar la multiplicación de los componentes de dos vectores, $A(i)$ de n componentes, y $B(j)$ de m componentes.

$$\prod_{\substack{i=1 \\ j=2}}^{n,m} A(i) * B(j)$$

El algoritmo sigue los mismos pasos que en el apartado anterior, pero hay que tener en cuenta que:

- El productorio se inicializa en 1, ya que este es el elemento neutro de la multiplicación.

- Debajo del bucle, la operación que hay que poner es nuestra función (P) = P * el contenido del productorio, A(i)*B(i).



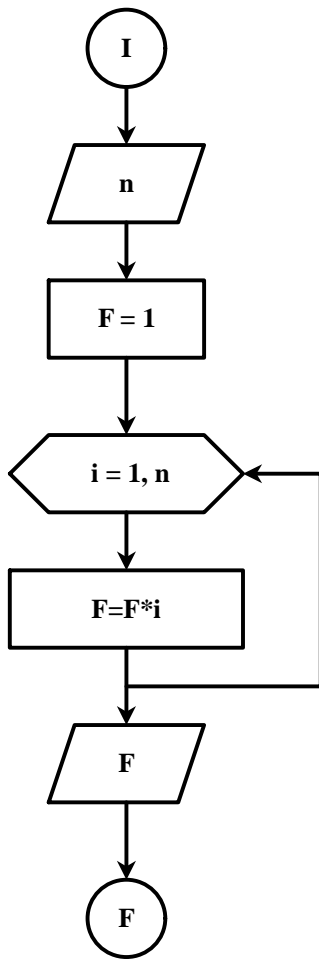
¡Importante! Si hay dos o más bucles en un algoritmo, debe cerrarse primero el último que se haya abierto, y así sucesivamente, el primero debe ser el último en cerrarse.

Un ejemplo habitual de productorio es el factorial: $n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n = \prod_i^n i$

El factorial consiste en multiplicar números enteros consecutivos hasta llegar al valor que nos pide (n), es decir, se empieza en 1 con un incremento de 1 hasta llegar a n (i=1,n).

Por ello, en el algoritmo expresamos el productorio como F=F*i, siendo i los diferentes números enteros que se van multiplicando hasta alcanzar el valor deseado.

El algoritmo es el siguiente:



Como todo productorio, lo inicializamos en 1, y vemos que sigue la estructura básica previamente explicada.