1. **En un reactor químico se ha medido la temperatura (T) que se alcanza en 5 posiciones dadas por x={0,1,5,7,10}, obteniendo la siguiente tabla:**

x (m)	**0**	**1**	**5**	**7**	**10**
T (K)	**280**	**380**	**300**	**294**	**225**

   a) **Estimar el valor del flujo calorífico, Φ=-D·T'(x) (siendo t temperatura y T'(x) su derivada), en los puntos x=5,5 y x=7,5; sabiendo que el coeficiente de difusión de calor es D=0,15 m2/s, empleando para ello la función interpoladora que tome como soporte los puntos situados en las posiciones {5,7,10}.**

   b) **Obtener, y representar gráficamente, la función de base asociada al punto x=10, tomando como soporte {5,7,10} en el intervalo [5,10].**

(ejercicio del parcial 20/21)

Primero tenemos que entender el enunciado y qué nos pide.
La ecuación que vamos a hacer es del flujo calorífico que depende de D (una cte) y de la función T'(x) (Φ=-D·T'(x)).
La función T'(x) es la derivada de la función temperatura (T(x)). Los puntos en los que queremos calcular el flujo son x= 5,5 y x= 7,5, y para ello tenemos que usar la función interpoladora de Lagrange que lo construiremos a partir de datos ya conocidos (los de la tabla) pero nos pide que la función interpoladora tome como soporte los puntos situados en las posiciones {5,7,10}.
Esto en el apartado a). En el b) tenemos que hacer una gráfica de la base L_3 (en el punto x=10) obtenido en el apartado a). La gráfica de las bases de Lagrange toma valores máximos (1) en sus puntos (x=10) y valores mínimos (0) en los otros puntos del resto de las bases (x=5 y x=7). Por tanto el valor en x=10 será 1 y el valor en x=5 y x=7 será 0.
Con todo esto,... ¡¡¡vamos a por ello!!!

a) P(x)= $L_1(x)\cdot f_1 + L_2(x)\cdot f_2 + L_3(x)\cdot f_3$ (polinomio interpolador)

   Polinomios de base de Lagrange:

   en x_1=5 $L_1(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} = \frac{(x-7)(x-10)}{(5-7)(5-10)} = \frac{x^2-17x+70}{10}$

   en x_2=7 $L_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} = \frac{(x-5)(x-10)}{(7-5)(7-10)} = \frac{x^2-15x+50}{-6}$

   en x_3=10 $L_3(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = \frac{(x-5)(x-7)}{(10-5)(10-7)} = \frac{x^2-12x+35}{15}$

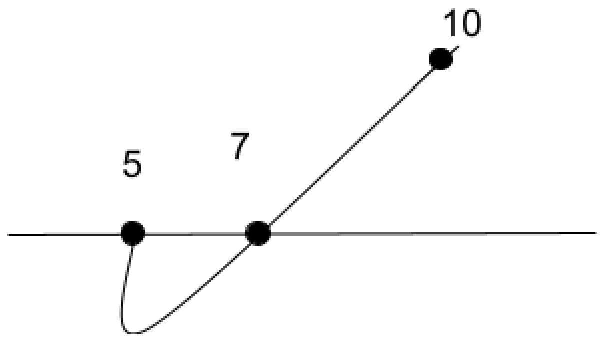
   T(x) ≈P(x)= $\frac{x^2-17x+70}{10}\cdot 300 + \frac{x^2-15x+50}{-6}\cdot 294 + \frac{x^2-12x+35}{15}\cdot 225 = -4x^2 + 45x + 175$

¡¡¡Importante!!! Hay que hacer la derivada del polinomio interpolador, ya que en el enunciado, en la ecuación del flujo se usa la derivada (T'(x)).
T'(x)= -8x + 45

Ahora solo hay que sustituir x por los valores que nos piden:
x=5,5 → T'(5,5)= 1
Nos pide el flujo: ϕ= -0,15 x 1= **-0,15** m^2K/s
x=7,5 → T'(7,5)= -15
ϕ= -0,15 x (-15)= **2,25** m^2K/s

b) Como se ha explicado antes, los polinomios de base valen 1 o 0 en los puntos de soporte:

$L_3(10)=1$
$L_3(5)=0$
$L_3(7)=0$



Hacemos otro ejercicio para que quede totalmente claro. ¡¡Vamos a por ello!!

2. **Dados los siguientes datos de concentración de butanol obtenido para diversos instantes de tiempo:**

Tiempo (h)	**1**	**1,5**	**3**	**4,5**
Concentración (g/l)	**5**	**7,5**	**10**	**10,5**

a) **Estimar la concentración de butanol para Tiempo=2 horas y para Tiempo=3.25 horas, empleando para ello una función polinómica a trozos constituida por un tramo polinómico de segundo grado en el intervalo [1,3] y por un tramo polinómico de primer grado en el intervalo [3,4.5].**
b) **Representar gráficamente, en modo aproximado, la función interpoladora y la función de base asociada al tercer punto del soporte.**

(ejercicio del primer parcial 13/14)

a) Lo haremos siguiendo los pasos del anterior ejercicio.

Nos pide la concentración de butanol en los tiempos 2h y 3,25h en los intervalos [1,3] y [3,4.5].

U(x)= $L_1(x) \cdot f_1 + L_2(x) \cdot f_2 + L_3(x) \cdot f_3$ (polinomio interpolador)
En este nos pide de segundo grado, por tanto:
Polinomios de base:
en t=1 $L_1(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}$ = $\frac{(x-1,5)(x-3)}{(1-1,5)(1-3)}$

en t=1,5 $L_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}$ = $\frac{(x-1)(x-3)}{(1,5-1)(1,5-3)}$

en t=3 $L_3(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$ = $\frac{(x-1)(x-1,5)}{(3-1,5)(3-1)}$

U(x)= $\frac{(x-1,5)(x-3)}{(1-1,5)(1-3)}5 + \frac{(x-1)(x-3)}{(1,5-1)(1,5-3)}7.5 + \frac{(x-1)(x-1,5)}{(3-1,5)(3-1)}10$ (Polinomio interpolador)

Sustituyendo por t=2 h que es lo que nos pide, se nos queda:

U(2)= $\frac{(2-1,5)(2-3)}{(1-1,5)(1-3)}5 + \frac{(2-1)(2-3)}{(1,5-1)(1,5-3)}7.5 + \frac{(2-1)(2-1,5)}{(3-1,5)(3-1)}10$= **9,17 g/L**

Para t=3,25 h es igual pero con el intervalo [3,4.5] , siendo de primer grado:

U(x)= $L_1(x) \cdot f_1 + L_2(x) \cdot f_2$

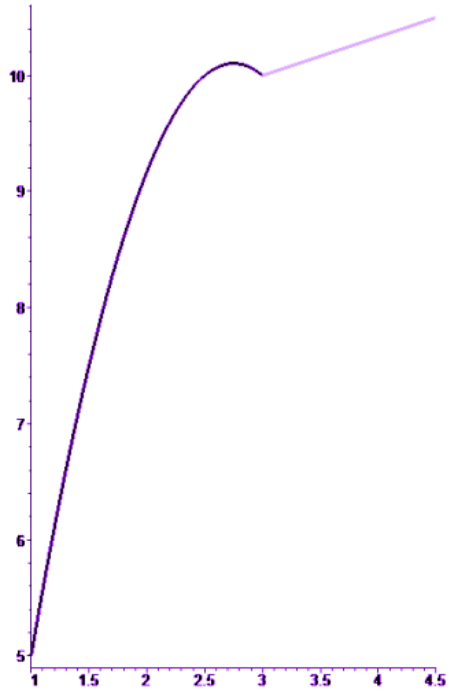
en t=3 $L_1(x) = \frac{(x-x_2)}{(x_1-x_2)}$ = $\frac{(x-4,5)}{(3-4,5)}$

en t=4.5 $L_2(x) = \frac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)}$= $\frac{(x-3)}{(4,5-3)}$

U(3,25)= $\frac{(3,25-4,5)}{(3-4,5)}10 + \frac{(3,25-3)}{(4,5-3)}10,5$= **10,08 g/L**

b) Función interpoladora:

En esta gráfica cogeremos los datos de la tabla:



Como veis se corresponde con los datos de la tabla, es decir, en tiempo 1h la concentración es 5 y así sucesivamente.

Pero el enunciado no solo nos pide eso, también nos pide la función de base asociada al tercer punto del soporte.

Esta gráfica es igual que el del ejercicio anterior. Nos pide en la base asociada al TERCER punto de soporte, es decir, t=3 por lo que , explicado anteriormente, en $L_3(3)=1$ y el resto es igual a 0.