Cálculo de la tabla de diferencias divididas del método de Newton

Objetivos:

El documento consistirá en una explicación detallada (basada en la presentación de Virginia) del código del programa diferencias_divididas, que devuelve la tabla de diferencias divididas del método de interpolación de Newton. Todos los documentos vienen linkeados en los títulos , además de incluir un ejercicio para practicar y una explicación sobre la llamada a funciones .

Este recurso pertenece a una serie sobre la interpolación por el método de Newton.

Diferencias_divididas

Esta parte del código sirve para realizar la tabla de diferencias divididas por lo que los **parámetros de entrada** (x ,y) son nuestros puntos de soporte (x) y la función donde meter esos puntos de soporte (y). En otras palabras, le tenemos que dar las x y los resultados de una función f(x) al meter esas x, por ejemplo, si yo tengo como puntos de soporte (1, 2 ,3) y mi función es y=x^2 pues tendré que meter x=(1,2,3) e y=(1,4,9).

```r

diferencias_divididas <- function(x, y) {
  n <- length(x) - 1

  # Inicializar la matriz para almacenar las diferencias divididas
  tabla <- matrix(0, nrow = n + 1, ncol = n + 1)

  # La primera columna son los valores de y
  tabla[, 1] <- y

  # Calcular las diferencias divididas
  for (j in 2:(n + 1)) {
    for (i in 1:(n + 2 - j)) {
      tabla[i, j] <- (tabla[i + 1, j - 1] - tabla[i, j - 1]) / (x[i + j - 1] - x[i])
    }
  }

  # Nombrar las filas y columnas
  rownames(tabla) <- x
  colnames(tabla) <- paste0("Orden ", 0:n)

  return(tabla)
}
```

Análisis del código

En primer lugar, indica que la longitud de la tabla de diferencias divididas va a ser el número de soportes que tengamos menos uno, mediante la función length (tened mucho cuidado en escribirla bien, es un fallo muy frecuente). Esta longitud viene dada por la tabla que encontraréis más abajo, ya que si os fijáis la tabla tiene cinco puntos de soporte (x) y solo cuatro columnas, y es que la fórmula para hallar las diferencias divididas funciona de esta forma.

A continuación, inicializa la matriz donde va a almacenar los resultados de las diferencias divididas, las funciones nrow y ncol sirven para designar el número de filas y el número de columnas, que es igual al número de puntos del soporte= n+1. Aunque el grado del polinomio sea solamente n (length(x)-1) tenemos una columna más (n+1) para almacenar el valor de las f(Xi).

tabla[, 1] <- y: La primera columna la rellena con las f(Si) ,es decir, con los valores de y.

Para hallar la tabla de diferencias divididas como tal crea dos bucles anidados para ir recorriendo las celdas y rellenándolas con la operación: **tabla[i, j] <- (tabla[i + 1, j - 1] - tabla[i, j - 1]) / (x[i + j - 1] - x[i])**

x	f(x)	Orden 1	Orden 2	Orden 3	Orden 4
x_1	$f(x_1)$	$f[x_1,x_2]=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$	$f[x_1,x_2,x_3]=\frac{f[x_2,x_3]-f[x_1,x_2]}{x_3-x_1}$	$f[x_1,x_2,x_3,x_4]=\frac{f[x_2,x_3,x_4]-f[x_1,x_2,x_3]}{x_4-x_1}$	$f[x_1,x_2,x_3,x_4,x_5]=\frac{f[x_2,x_3,x_4,x_5]-f[x_1,x_2,x_3,x_4]}{x_5-x_1}$
x_2	$f(x_2)$	$f[x_2,x_3]=\frac{f(x_3)-f(x_2)}{x_3-x_2}$	$f[x_2,x_3,x_4]=\frac{f[x_3,x_4]-f[x_2,x_3]]}{x_4-x_2}$	$f[x_2,x_3,x_4,x_5]=\frac{f[x_3,x_4,x_5]-f[x_2,x_3,x_4]}{x_5-x_2}$	
x_3	$f(x_3)$	$f[x_3,x_4]=\frac{f(x_4)-f(x_3)}{x_4-x_3}$	$f[x_3,x_4,x_5]=\frac{f[x_4,x_5]-f[x_3,x_4]]}{x_5-x_3}$		
x_4	$f(x_4)$	$f[x_4,x_5]=\frac{f(x_5)-f(x_4)}{x_5-x_4}$			
x_5	$f(x_5)$				**Diferencias Divididas**

Por lo tanto ambos elementos i y j comienzan en 2, ya que la primera columna la rellenamos con las f(Si), sin embargo, terminan en números distintos, ya que los elementos j_ésimos llegan hasta el último punto del soporte=n+1, mientras que los i-ésimos cada vez que avanzamos de fila perdemos una celda(en la segunda columna no hay elemento en i=5, en la tercera columna no hay elemento en i=4,5, etc.) por lo que i llega hasta =n+2 -j. Básicamente, rellena las casillas tal y como se muestra en la imagen , en la tabla de diferencias divididas.

La última parte del código devuelve la tabla rellena y asigna títulos a las columnas y a las filas mediante las funciones “rownames” y “colnames”.

Llamada a funciones

Otro aspecto importante es la llamada a funciones, en mi opinión, para el examen es más útil tener un programa que sé que funciona y no va a contener errores y hacerlo todo en otro documento donde llame a ese programa. Así me aseguro de que el error está en el segundo documento y no me la juego a dejar un error en un programa que estaba bien.

Por lo tanto, siempre tengo un programa donde doy los parámetros de entrada, llamo al script de R y le pido el resultado. Para ello hay que tener mucho cuidado de introducir bien la dirección del documento, con la función source, por ejemplo: source("~/universidad/Programación/Interpolación Newton/diferencias_divididas.R"). Luego, doy los parámetros de entrada que no tiene mucho misterio , normalmente genero un vector : soporte=c(aquí introduzco los valores). Por último, le digo que me ejecute la función con esos valores, para el caso de la diferencias divididas en las que he llamado a la función diferencias_divididas, escribo la siguiente línea de código:

```
tabla_dif <- diferencias_divididas(s,y)

print(tabla_dif)
```

En la solución del ejercicio he hecho una llamada a una función que sirve de modelo.

Ejercicio

Halla la tabla de diferencias divididas para el soporte (2,4,6) para la función y= e^x+5

Solución