INTEGRACIÓN: NEWTON-COTES CERRADO

El método de Newton-Cotes cerrado es una **técnica de integración** numérica que se basa en aproximar una función f(x) mediante un polinomio interpolador en un conjunto de **puntos equiespaciados** dentro de un **intervalo cerrado** [a,b]. Luego, se calcula la integral definida de f(x) en este intervalo usando la integral del polinomio interpolador.

CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO:

1. **Equiespaciado de los puntos:** Los puntos de soporte están uniformemente distribuidos en el intervalo. $sj = a + j\text{h} \quad \forall j = 0 \ldots n$, siendo *h = (b-a)/n.*

2. **Interpolación polinómica:** Se utiliza un polinomio de grado n, calculado a partir de n+1 puntos, para aproximar f(x).

3. **Coeficientes de cuadratura:** El método de Newton-Cotes Cerrado se deriva del método de coeficientes indeterminado: los coeficientes del método (αj) son obtenidos mediante el método de coeficientes indeterminados para garantizar que el método sea exacto para polinomios de grado menor o igual a n.

FÓRMULA GENERAL:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{D}\sum_{j=0}^{n} \alpha_j f(s_j)$$

¡APÚNTALA EN TU CHULETA!

Donde D es un denominador específico que depende de la fórmula utilizada y αj son los coeficientes predefinidos para un número dado de puntos:

n	α_j	D	Nombre
1	1 1	2	Trapecio
2	1 4 1	6	Simpson
3	1 3 3 1	8	Regla del 3/8
4	7 32 12 32 7	90	Milne
5	19 75 50 50 75 19	288	
6	41 216 27 272 27 216 41	840	Weddle

VirginiaYague-Integracion24_25

¡APÚNTALA EN TU CHULETA!

n: Representa el grado del polinomio interpolador, que está relacionado con el número de puntos de soporte (n+1) utilizados para aproximar la integral.

αj: Estos son los coeficientes de ponderación que multiplican los valores de la función evaluados en los puntos de soporte sj. Son específicos para cada grado del método y garantizan la exactitud de la fórmula hasta polinomios de grado n.

D: Este es un factor de normalización que aparece en la fórmula general.

Nombre del método: Cada conjunto de coeficientes y denominador define una fórmula específica de integración numérica:

- **Trapecio** (n=1): Usa dos puntos (S0, S1)
- **Simpson** (n=2): Usa tres puntos (s0,s1,s2).
- **Regla del 3/8** (n=3): Usa cuatro puntos (s0, s1, s2, s3).
- **Milne** (n=4): Usa cinco puntos (s0, s1, s2, s3, s4).
- **Weddle** (n=6): Usa siete puntos (s0,s1,…,s6).

CÓMO APLICAR EL MÉTODO.

El método de Newton-Cotes cerrado se puede aplicar siguiendo estos pasos

1. Definir el problema:

- Determina la función f(x) que deseas integrar.
- Identifica el intervalo de integración [a,b].
- Elige el grado del polinomio interpolador n, que determinará el número de puntos de soporte (n+1).

2. Dividir el intervalo en puntos de soporte equiespaciados:

- Calcula el tamaño del subintervalo (h): *h = (b-a)/n*
- Calcula los puntos de soporte Sj usando: $sj = a + j$h $\forall j = 0 \ldots n$

  *O bien el enunciado del problema puede darte directamente el soporte equiespaciado

3. Evaluar la función en los puntos de soporte:

- Calcula los valores de la función f(x) en cada punto de soporte sj: f(s0), f(s1),…,f(sn).

4. Seleccionar los coeficientes (αj) y el denominador (D):

- Utiliza la tabla de coeficientes del método para el grado nnn seleccionado. Por ejemplo:
  - n=1 (Trapecio): α=[1,1], D=2.
  - n=2 (Simpson): α=[1,4,1], D=6.
  - n=3 (Regla del 3/8): α=[1,3,3,1], D=8.

5. Sustituir en la fórmula general:

La fórmula de Newton-Cotes cerrado es:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{D}\sum_{j=0}^{n} \alpha_j f(s_j)$$

- Sustituye:
  - b—a: El ancho del intervalo.
  - D: El denominador de la fórmula.
  - αj: Los coeficientes correspondientes.
  - f(sj): Los valores de la función evaluados.

6. Calcular el resultado:

- Realiza la suma ponderada:

  Resultado = (b—a)/D * (α0*f(s0)+α1*f(s1)+⋯+αn*f(sn))

PUEDES ENCONTRAR UN EJERCICIO PARA APLICAR LA TEORÍA EN EL APARTADO DE EJERCICIOS DE LA WEB: PEP2_2025_NEWTONCOTESCERRADO