EXPLICACIÓN Y EJERCICIO PROPUESTO SOBRE LA DERIVACIÓN NUMÉRICA TIPO INTERPOLATORIO POR EL MÉTODO DE LA GRANGE

En el ejercicio propuesto, se presentará un soporte con los valores de una función para el mismo, el objetivo es encontrar el valor de la derivada sobre un punto de la función en cuestión.

Resumen derivación por La Grange:

La fórmula que vamos a emplear tiene esta forma, $f^{k)}(x^*) = \sum_{i=0}^{n} c_i \, x f(S_i)$

Significado de las incógnitas:

K->Número de derivada de la función

X*-> Valor sobre el que se calcula la derivada

Ci-> Coeficientes

F(Si)-> Valores de la función en cada soporte

Esto significa que la derivada va a ser igual al sumatorio de un producto, en concreto el producto entre los coeficientes y el valor del soporte.

El valor del soporte va a estar incluido en el enunciado del ejercicio, por lo que no necesita explicación.

El coeficiente por su parte es el resultado de la siguiente operación:

$$c_i = L_i^{K)}(x^*)$$

El coeficiente es igual a derivar el mismo número de veces que la función derivada inicial a obtener las respectivas bases de La Grange que podemos obtener en el valor en el que queremos obtener nuestra función derivada inicial.

Ejercicio propuesto:

Obtener el valor de la primera derivada de f (1), que tiene como soporte:

Sk	0	0,5	2	3
F(Sk)	2	0,75	0	2

El primer paso por realizar es la obtención de las bases de La Grange sin derivar, van a tratarse de cuatro bases al existir 4 soportes.

$$L_0 = \left(\frac{x-0{,}5}{-0{,}5}\right)\left(\frac{x-2}{-2}\right)\left(\frac{x-3}{-3}\right) = -\frac{1}{3}(x^3 - 5{,}5x^2 + 8{,}5x - 3)$$

$$L_1 = \left(\frac{x}{0{,}5}\right)\left(\frac{x-2}{0{,}5-2}\right)\left(\frac{x-3}{0{,}5-3}\right) = \frac{8}{15}(x^3 - 5x^2 + 6x)$$

$$L_2 = \left(\frac{x}{2}\right)\left(\frac{x-0{,}5}{2-0{,}5}\right)\left(\frac{x-3}{2-3}\right) = \frac{-1}{3}(x^3 - 3{,}5x^2 + 1{,}5x)$$

$$L_3 = \left(\frac{x}{3}\right)\left(\frac{x-0{,}5}{3-0{,}5}\right)\left(\frac{x-2}{3-2}\right) = \frac{2}{15}(x^3 - 2{,}5x^2 + x)$$

Una vez obtenidas estas bases, tenemos que derivarlas el mismo número de veces que está derivada la función que queremos obtener (en este caso una vez), y sustituir la x por el punto sobre el que queremos obtener la función derivada (en este caso 1).

Por lo que obtenemos los siguientes valores:

$$L_0'(1) = -\frac{1}{6}$$

$$L_1'(1) = -\frac{8}{15}$$

$$L_2'(1) = \frac{5}{6}$$

$$L_3'(1) = -\frac{2}{15}$$

Una vez obtenidos los coeficientes, solo queda realizar el sumatorio de el producto entre cada coeficiente y su respectivo valor del soporte. En este caso obtenemos:

$$f'(1) = -\frac{1}{6}(2) - \frac{8}{15}(0{,}75) + \frac{5}{6}(0) - \frac{2}{15}(2) = -1$$