

EJERCICIO DE INTEGRACIÓN

Concepto: [Teoría de integración](#)

Ejercicio para practicar:

- A) Implementa un programa en R que calcule la siguiente integral mediante el método de los coeficientes indeterminados:

$$\int_0^1 (x^2 + 2x) dx$$

- B) Después compara el resultado con el de calcular la integral de manera analítica sabiendo que:

$$\int_0^1 (x^2 + 2x) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_0^1$$

- A) Utilizaremos el programa que calcula los coeficientes indeterminados.

Como variables deberemos introducir la función a integrar (que llamamos f), los límites de integración y el soporte sobre el que se van a calcular los coeficientes (valores entre los límites de integración). Una vez obtenidos los coeficientes calcularemos la integral siguiendo la fórmula:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{j=0}^n c_j \cdot f(s_j)$$

- B) Como variables necesitamos la función (que llamamos f_int) que proporciona el resultado analítico de la integral. Calculamos la integral mediante la resta de la función evaluada en el límite superior de integración menos la función evaluada en el límite inferior de integración.

Podemos ver como ambos valores se aproximan.

Programa en R explicado:

```
1 #Limpiamos la consola y el environment
2 cat("\014")
3 rm(list=ls())
4
5 # Utilizamos la función para calcular los coeficientes de integración numérica en el intervalo [a, b]
6 int_indeterminados <- function(a, b, s_points) {
7   n_points = length(s_points)
8   # Crear la matriz de Vandermonde con potencias por filas
9   vandermonde_matrix <- matrix(0, nrow = n_points, ncol = n_points)
10  for (i in 1:n_points) {
11    for (j in 1:n_points) {
12      vandermonde_matrix[i, j] <- s_points[j]^(i-1)
13    }
14  }
15
16  # Crear el vector del lado derecho (momentos) de la integral
17  rhs <- numeric(n_points)
18  for (k in 1:n_points) {
19    rhs[k] <- (b^k - a^k) / k
20  }
21
22  # Resolver el sistema lineal para obtener los coeficientes de integración
23  coefficients <- solve(vandermonde_matrix, rhs)
24
25  return(coefficients)
26 }
27
28 # APARTADO A
29
30 # Definimos la función f del enunciado
31 f <- function(x) {
32   return(x^2 + 2*x)
33 }
34
35 # Introducimos los límites de integración
36 a <- 0
37 b <- 1
38
39 # Introducimos los valores del soporte que serán los valores comprendidos entre los límites de integración
40 s_points <- c(0, 1)
41
42 # Llamamos a la función para obtener los coeficientes indeterminados
43 coefficients <- int_indeterminados(a, b, s_points)
44
45 # Calculamos la integral mediante el sumatorio del producto que se obtiene al multiplicar estos coeficientes por f(s_points)
46 integral_estimada <- sum(coefficients * sapply(s_points, f))
47
48 cat("El valor de la integral estimada es: ", integral_estimada, "\n")
49
50 # APARTADO B
51
52 # Definimos la función del enunciado resultado de la integral de forma analítica
53 f_int <- function(x) {
54   return((x^3 / 3) + x^2)
55 }
56
57 # Calculamos la integral analítica sustituyendo en la función los límites de integración
58 integral_analitica <- f_int(1) - f_int(0)
59 cat("El valor de la integral analítica es: ", integral_analitica, "\n")
```