

## TEMA 6: ALGORITMOS DE INTEGRACIÓN.

### 1. CONCEPTOS BÁSICOS DE INTEGRACIÓN.

- Primitiva:

Si  $F'(x) = f(x)$  entonces  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Si no conocemos la primitiva, aproximamos la integral usando valores de la función en ciertos puntos.

### 2. INTEGRACIÓN NUMÉRICA INTERPOLATORIA.

Se aproxima  $f(x)$  por un polinomio interpolador  $p(x)$ . La integral se aproxima como:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{j=0}^n c_j f(s_j).$$

Los coeficientes cumplen:  $\sum_{j=0}^n c_j = b - a$

### 3. INTEGRACIÓN DEL POLINOMIO INTERPOLADOR.

Puede realizarse usando o bien bases de Lagrange o bien bases de Newton. Así, los coeficientes

se obtienen como:  $c_j = \int_a^b L_j(x)dx$

### 4. FÓRMULAS CLÁSICAS.

- Para un punto:

1. Rectángulo izquierda:  $(b - a)f(a)$

2. Rectángulo derecha:  $(b - a)f(b)$

3. Punto medio:  $(b - a)f\left(\frac{a+b}{2}\right)$

- Para dos puntos: se emplea la regla del trapecio.  $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)]$

- Para tres puntos: se emplea la regla de Simpson:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6}[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)]$$

### 5. FÓRMULA DE CUADRATURA Y EXACTITUD.

Una fórmula es exacta para polinomios hasta grado  $n$ . Debe cumplirse para: 1,

$1, (x - a), (x - a)^2, \dots, (x - a)^n$ .

Se expresa como:  $\int_a^b x^k dx \approx \sum_{j=0}^n c_j s_j^k$

## **6. MÉTODO DE LOS COEFICIENTES INDETERMINADOS.**

En este: se plantea un sistema de ecuaciones; se resuelve el sistema para obtener los coeficientes  $C_j$ . Así, se deducen nuevas fórmulas de integración.

## **7. MÉTODO DE NEWTON-COTES.**

Se utiliza en intervalos:

- Cerrados: usa los extremos del intervalo en un soporte equiespaciado. Por ejemplo: trapecio, Simpson, regla 3/8, Milne y Weddle.
- Abiertos: no usa los extremos. Por ejemplo: punto medio.